



نهمین دوره لیگ علمی بین المللی پیا

9th International Scientific Paya League

هوالمعلم

دفترچه پیش آزمون و سوالات

آزمون مرحله نیمه نهایی (اردیبهشت ۱۳۹۵)

پایه هفتم

عنوان	صفحه	مدت زمان پاسخ گویی
پیش آزمون ها	۱۲-۲	۱۵ دقیقه
سوالات ۱ تا ۱۵ عمومی، سوالات ۱۶ تا ۲۵ اختصاصی براساس پیش آزمون	۱۶-۱۳	۴۵ دقیقه
پاسخ گویی به کلیه سوالات به صورت گروهی است. بنابراین توصیه می شود پس از جمع بندی نهایی یکی از اعضای گروه مسئولیت وارد کردن پاسخ ها در پاسخ برگ را داشته باشد.		
به ازای هر ۴ پاسخ اشتباه، امتیاز یک پاسخ صحیح از بین می رود.		

لیگ علمی پایا در قالب گروه های ۵ نفره در پایه هفتم به صورت ترکیب علوم پایه و ریاضی برگزار می گردد.

این مرحله از لیگ علمی پایا شامل پیش آزمون، سوالات عمومی و سوالات پیش آزمون است.

- در قسمت اول آزمون هر کدام از اعضای گروه باید برگ پیش آزمون مربوط به خود را از دفترچه جدا نموده و به صورت انفرادی مطلب آموزشی (پیش آزمون) خود را در مدت زمان ۱۵ دقیقه مطالعه نمایند و به خاطر بسپارند.
- قسمت دوم آزمون، شامل ۱۵ سوال تستی ۵ گزینه ای از مطالب کتاب های درسی و منابع معرفی شده است که دانش آموزان به صورت گروهی به آن ها پاسخ می دهند.
- بخش سوم آزمون، شامل پاسخ گویی به ۱۰ سوال تستی ۵ گزینه ای است که همه اعضای گروه به کمک هم و با استناد به مطالب آموزشی که در بخش قبل مطالعه کرده اند به آن ها پاسخ می دهند.
- تذکر ۱. هر یک از اعضای گروه ملزم به مطالعه یکی از پیش آزمون ها می باشند و در غیر این صورت تخلف در آزمون محسوب می شود.
- تذکر ۲. چنانچه گروهی ۴ نفره باشد یکی از اعضای گروه علاوه بر مطالعه پیش آزمون مربوط به خود مسئولیت پیش آزمون ۵ را نیز بر عهده دارد.
- تذکر ۳. چنانچه گروهی ۳ نفره باشد یکی از اعضای گروه می تواند مسئولیت مطالعه پیش آزمون ۴ را بر عهده بگیرد و گروه مجاز به مطالعه پیش آزمون ۵ نمی باشد.
- تذکر ۴. هنگام پاسخ گویی به سوالات نیاز به جمع آوری پیش آزمون ها از دانش آموزان نمی باشد.

پیش‌آزمون ۱

معادله‌ی خط

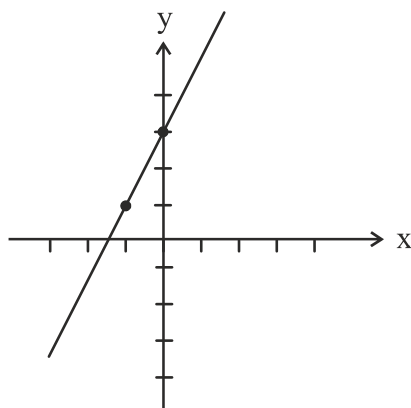
هر خط راست را که در صفحه‌ی مختصات در نظر بگیریم، از تعداد بی‌شماری نقطه تشکیل شده است. منظور از نوشتن معادله‌ی یک خط رابطه‌ی مشترکی است که بین x, y کلیه‌ی نقاط روی آن خط برقرار باشد.

مثلاً موقعی که می‌گوییم معادله‌ی خطی به صورت $y = 2x + 3$ است، منظور این است که عرض هر نقطه روی خط برابر است با دو برابر طول آن به اضافه‌ی سه. بنابراین اگر نقطه‌ی A روی این خط دارای طول $x = 4$ باشد، عرض آن برابر است با

$$2 \times 4 + 3 = 11. \text{ بنابراین مختصات نقطه‌ی } A \text{ عبارت است از } A = \begin{bmatrix} 4 \\ 11 \end{bmatrix}.$$

برای رسم کردن نمودار خط $y = 2x + 3$ کافی است مختصات دو نقطه از آن را به دست آورده و این دو نقطه را روی صفحه‌ی مختصات به یکدیگر وصل کنیم. خط به دست آمده نشان‌دهنده‌ی نمودار خط $y = 2x + 3$ خواهد بود.

x	0	-1
y	3	1
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$



در حالت کلی معادله‌ی یک خط راست به صورت $y = ax + b$ می‌باشد که به a ، شیب خط و به b ، عرض از مبدأ خط گفته می‌شود. شیب یک خط نماینده‌ی زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور x می‌سازد. در صورتی که شیب یک خط مثبت باشد، زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور x می‌سازد، از 90° درجه کمتر است و در صورتی که شیب یک خط عددی منفی باشد، زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور x می‌سازد، از 90° درجه بیشتر است. مقدار b نیز جایی را نشان می‌دهد که خط $y = ax + b$ محور y را قطع می‌کند.

در صورتی که بخواهیم فاصله نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ را از خط $y = ax + b$ به دست آوریم، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$d = \frac{|ax_1 - y_1 + b|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

(علامت $| |$ نشان‌دهنده قدرمطلق است. این علامت باعث می‌شود که همه‌ی اعدادی که داخل آن قرار می‌گیرند، حاصلشان مثبت شود.)
مثال:

$$|-3| = 3$$

$$|+4| = 4$$

تمرین: فاصله نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$ را از خط $y = 2x - 5$ به دست آورید.

پیش‌آزمون ۲

نوشتن معادله‌ی یک خط

در مورد معادله‌ی خط و مفاهیم اساسی مربوط به آن توضیحاتی را در پیش‌آزمون یک دادیم. اکنون می‌خواهیم ببینیم که چگونه می‌توان معادله‌ی یک خط را نوشت. به طور کلی برای نوشتن معادله‌ی خط دو راه وجود دارد:

۱- استفاده از شیب خط و مختصات یک نقطه روی خط:

فرض کنیم شیب خط مذکور برابر با m و مختصات نقطه‌ای که روی خط قرار دارد، به صورت $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ باشد. در این صورت معادله‌ی خط عبارت است از:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال ۱: معادله‌ی خطی را بنویسید که شیب آن برابر با (-3) باشد و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix}$ بگذرد.

حل:

$$x_1 = 2, y_1 = 8, m = -3$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 8 = -3(x - 2) \Rightarrow y - 8 = -3x + 6$$

$$\Rightarrow y = -3x + 14$$

مثال ۲: معادله‌ی خطی را بنویسید که با جهت مثبت محور x زاویه‌ی 45° بسازد و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ نیز بگذرد.

حل: چون زاویه‌ی ساخته شده توسط خط با جهت مثبت محور x برابر با 45° است، شیب خط برابر با یک می‌شود.

$$m = 1, x_1 = 1, y_1 = 4$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 4 = (x - 1)$$

$$\Rightarrow y - 4 = x - 1 \Rightarrow y = x + 3$$

۲- استفاده از مختصات دو نقطه:

اگر مختصات‌های دو نقطه از یک خط به صورت $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ داده شده باشند، معادله‌ی خطی که از این دو نقطه

می‌گذرد، عبارت است از:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

مثال: معادله‌ی خطی را بنویسید که از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ می‌گذرد.

حل:

$$\begin{cases} x_1 = -1, y_1 = 2 \\ x_2 = 3, y_2 = -4 \end{cases} \Rightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 2}{3 - (-1)} = -\frac{3}{2}$$

$$y - 2 = -\frac{3}{2}(x + 1)$$

$$y - 2 = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

پیش‌آزمون ۳

وضعیت دو خط نسبت به یکدیگر در صفحه‌ی مختصات

فرض کنیم دو خط $y = ax + b$ و $y = a'x + b'$ در صفحه‌ی مختصات داده شده باشند. اگر نمودار این دو خط را

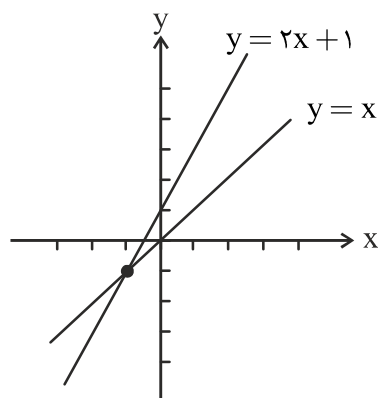
در صفحه‌ی مختصات رسم کنیم، سه وضعیت ممکن است پیش بیاید:

۱- دو خط متقاطع باشند:

اگر $a \neq a'$ باشد، دو خط متقاطع هستند.

به عنوان مثال: اگر نمودارهای دو خط $y = x$ و $y = 2x + 1$ را رسم کنیم، این دو خط یکدیگر را قطع می‌کنند و

نقطه‌ی تقاطع آن‌ها به صورت $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ است. شکل زیر این موضوع را بهتر نشان می‌دهد:



حالت خاصی از متقاطع بودن، عمود بودن دو خط است. اگر a و a' شیب دو خط باشند و a و a' قرینه معکوس

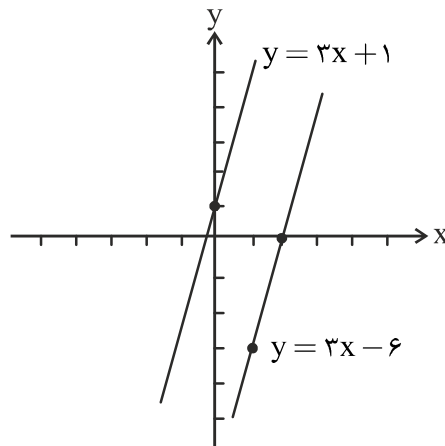
یکدیگر باشند، دو خط بر هم عمودند.

مثلاً دو خط $y = -2x$ و $y = \frac{1}{2}x + 1$ بر هم عمودند.

۲- دو خط با یکدیگر موازی اند:

اگر $a = a'$ یا به عبارت دیگر شیب دو خط با یکدیگر برابر باشد، دو خط با هم موازی اند و هیچ نقطه‌ی مشترکی با هم ندارند.

به عنوان مثال: شکل زیر نمودار دو خط $y = 3x - 6$ و $y = 3x + 1$ را نشان می‌دهد که با هم موازی اند.



۳- دو خط بر هم منطبق هستند:

در این صورت هر دو معادله‌ی داده شده در واقع یک معادله‌اند. مثلاً $y = 2x + 4$ و $3y = 6x + 12$ هر دو معادله‌ی یک خط هستند.

پیش‌آزمون ۴

حل دستگاه‌های دو معادله و دو مجهول

معادله‌ی $ax + by = c$ که در آن هیچ یک از ضرایب a و b صفر نیستند، یک معادله‌ی خطی دو مجهولی نامیده می‌شود.

چنین معادله‌ای دارای بی‌شمار جواب حقیقی است. در واقع هر کدام از جواب‌های این معادله، نقاط روی خط

$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ هستند. حال معادله‌ی دیگری به صورت $a'x + b'y = c'$ را هم‌زمان با معادله‌ی $ax + by = c$ در

نظر بگیرید.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

چنین آرایشی یک دستگاه دو معادله و دو مجهولی نامیده می‌شود. دو راه برای حل آن پیشنهاد می‌کنیم و با مثال هر یک

را توضیح می‌دهیم:

۱- روش حذفی:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -10 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl} -4 \begin{cases} 2x + 3y = -10 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases} & \Rightarrow & \begin{array}{l} -8x - 12y = 40 \\ 4x - 5y = 3 \end{array} \\ & & \hline & & -12y = 46 \Rightarrow y = -\frac{23}{11} \end{array}$$

$$2x + 3y = -10$$

$$y = -\frac{23}{11} \Rightarrow 2x + 3\left(-\frac{23}{11}\right) = -10$$

$$2x - \frac{69}{11} = -10 \Rightarrow 2x = -10 + \frac{69}{11}$$

$$2x = \frac{-110 + 69}{11} = \frac{-41}{11} \Rightarrow x = -\frac{41}{22}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = -10 \\ 4x - 5y = 3 \end{cases}$$

$$2x + 3y = -10 \Rightarrow 2x = -10 - 3y \Rightarrow x = \frac{-10 - 3y}{2}$$

$$4x - 5y = 3 \Rightarrow 4\left(\frac{-10 - 3y}{2}\right) - 5y = 3$$

$$\Rightarrow 2(-10 - 3y) - 5y = 3$$

$$\Rightarrow -20 - 6y - 5y = 3 \Rightarrow -11y = 23 \Rightarrow y = -\frac{23}{11}$$

$$x = \frac{-10 - 3y}{2} = \frac{-10 - 3\left(-\frac{23}{11}\right)}{2}$$

$$x = \frac{-10 + \frac{69}{11}}{2} = \frac{-\frac{41}{11}}{2} = -\frac{41}{22} \Rightarrow x = -\frac{41}{22}$$

سوالاتی که در مورد دستگاه دو معادله و دو مجهولی پیش می‌آید، این است که چه موقع یک دستگاه دارای جواب است؟ برای پاسخ به این پرسش عملیات زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a' \{ ax + by = c \\ a \{ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

$$-aa'x - a'by = -a'c$$

$$\Rightarrow \underline{aa'x + ab'y = ac'}$$

$$y(ab' - a'b) = ac' - a'c \Rightarrow y = \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b}$$

به همین ترتیب برای x خواهیم داشت:

$$ax + by = c$$

$$ax + b\left(\frac{ac' - a'c}{ab' - a'b}\right) = c$$

$$ax = c - \frac{abc' - a'bc}{ab' - a'b}$$

$$ax = \frac{ab'c - \cancel{a'bc} - abc' + \cancel{a'bc}}{ab' - a'b} = \frac{ab'c - abc'}{ab' - a'b}$$

$$ax = \frac{ab'c - abc'}{ab' - a'b} \Rightarrow x = \frac{b'c - bc'}{ab' - a'b}$$

روابط به دست آمده برای x و y نشان می‌دهند که شرط وجود جواب آن است که $a'b \neq ab'$ باشد.

پیش‌آزمون ۵

کاربرد روابط خطی در علوم تجربی

بسیاری از کمیت‌هایی که می‌شناسیم و با یکدیگر ارتباط دارند، رابطه‌شان به صورت خطی است. منظور از رابطه‌ی خطی

بین دو کمیت A و B یعنی این که داشته باشیم $B = Ax + C$ یا $A = Bt + D$

به عنوان مثال، در حرکت با شتاب ثابت روی خط مستقیم اگر V نشان‌دهنده‌ی سرعت و t بیانگر زمان باشند، داریم:

$$V = at + V_0 \quad \text{که در این رابطه } a \text{ یک عدد ثابت (همان شتاب) و } V_0 \text{ نیز عدد ثابت دیگر است.}$$

در رابطه‌ی $x = Vt + x_0$ که نشان‌دهنده‌ی معادله‌ی حرکت با سرعت ثابت روی خط مستقیم است، x نشان‌دهنده‌ی

مکان متحرک در لحظه‌ی t است. به عبارت دیگر x و t با یکدیگر رابطه‌ی خطی دارند. V سرعت متحرک و x_0 مکان

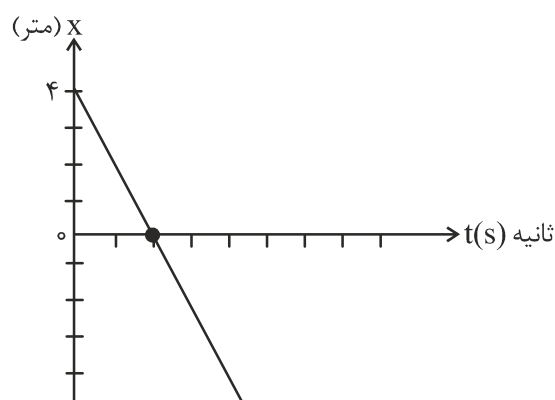
متحرک در لحظه‌ی $t = 0$ است.

اگر رابطه‌ی $x = Vt + x_0$ را روی نمودار نشان دهیم، شکل به‌دست آمده یک خط راست را به نمایش می‌گذارد که

شیب آن بیانگر سرعت متحرک است.

مثال: معادله‌ی مکان متحرکی بر حسب زمان به‌صورت $x = -2t + 4$ است. نمودار آن را رسم کنید.

حل:



نکته‌ی جالب در مورد روابط خطی این است که اگر A و B دارای رابطه‌ی خطی باشند و نمودار A برحسب B خطی

باشد، نمودار B نیز برحسب A خطی خواهد بود.

سوالات عمومی

۱. احتمال این که یک مقسوم علیه مثبت 10^{99} که به طور تصادفی انتخاب شده است، مضرب 10^{88} باشد، برابر $\frac{p}{q}$

می باشد که در آن p, q نسبت به هم اولند. $q - p$ برابر است با:

- (۱) ۳۴۲ (۲) ۵۸۱ (۳) ۶۱۶ (۴) ۷۲۲ (۵) ۲۱۸۷

۲. حاصل ضرب عدد شش رقمی $abcdef$ در عدد ۷ برابر با حاصل ضرب عدد شش رقمی $defabc$ در عدد ۶ است. مجموع این دو عدد شش رقمی کدام است؟

- (۱) ۵۰۲۱۹۴ (۲) ۹۶۸۸۶۹ (۳) ۱۴۳۱۰۳۴ (۴) ۹۹۹۹۹۹ (۵) ۷۷۷۱۱۱

۳. می دانیم 2^{2004} یک عدد ۶۰۴ رقمی است که با رقم یک شروع می شود. چند عدد از مجموعه ای اعداد $\{2^{2003}, 2^{2002}, 2^{2001}, 2^{2000}, \dots, 2^0\}$ می توان پیدا کرد که با رقم ۴ شروع شوند؟

- (۱) ۱۹۵ (۲) ۲۱۸ (۳) ۶۷ (۴) ۱۹۳ (۵) ۲۳۵

۴. می خواهیم خانه های جدول زیر را با سه رنگ چنان رنگ کنیم که هیچ دو خانه ای مجاوری (که دارای ضلع مشترک هستند) هم رنگ نباشند. تعدادی از خانه ها را انتخاب کرده و آن ها را به گونه ای رنگ می کنیم که رنگ دیگر خانه ها به صورت یکتا تعیین شود. دست کم چند خانه را انتخاب کرده ایم؟

- (۱) سه
(۲) چهار
(۳) پنج
(۴) شش
(۵) هفت

۵. دو نفر با یکدیگر بازی زیر را انجام می دهند: هر نفر در نوبت خود یک رقم از مجموعه ای اعداد $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ را روی کاغذ می نویسد و بازی پس از نوشتن رقم n اُم پایان می یابد. نفر دوم می خواهد در پایان، مجموع ارقام نوشته شده بر ۹ بخش پذیر باشد، ولی نفر اول می خواهد از این کار جلوگیری کند. برای چه مقداری از n نفر دوم می تواند حتماً به خواسته ی خود برسد؟

- (۱) ۱۳۸۲ (۲) ۱۳۸۳ (۳) ۱۳۸۴ (۴) ۱۳۸۶ (۵) ۱۳۸۸

۶. تعدادی عدد را در یک ردیف نوشته ایم. می دانیم که هر عدد، به جز عددهای اول و آخر یکی بیشتر از میانگین دو عدد کنار خود است. اگر عدد نخست در این ردیف برابر با ۱ و عدد هفتم برابر با ۱۳ باشند، عدد پنجم چند است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶ (۵) ۱۷

۷. یک قورباغه روی نقطه ی $x=0$ محور اعداد نشسته است. این قورباغه می تواند به سمت جلو بجهد. ولی طول پرش در جهش i اُم به دلخواه خودش i یا $i+1$ واحد است. این قورباغه به ترتیب از راست به چپ پس از چند جهش می تواند به نقطه ی ۱۳۸۱ برسد و چند جهش لازم است تا از آن جا به نقطه ی ۲۰۰۳ برسد؟

- (۱) ۱۱، ۵۲ (۲) ۱۲، ۵۲ (۳) ۵۲، نمی تواند (۴) ۳۷، ۹ (۵) نمی تواند، نمی تواند

۸. یک گروه از دانش آموزان اقدام به انجام آزمایشی برای تعیین نقطه ی جوش آب کردند و اعداد $98/2^{\circ}\text{C}$ ، $99/1^{\circ}\text{C}$ و $98/6^{\circ}\text{C}$ را به دست آوردند. بهترین عدد برای گزارش نتیجه ی آزمایش کدام است؟

- (۱) $98/0$ (۲) $99/0$ (۳) $98/6$ (۴) $98/4$ (۵) $98/5$

۹. هر مولکول گاز گوگرد دی‌اکسید از یک اتم گوگرد و دو اتم اکسیژن ساخته شده است. اگر m نوع اتم گوگرد مختلف و n نوع اتم اکسیژن متفاوت داشته باشیم، انتظار وجود چند نوع مولکول گوگرد دی‌اکسید مختلف را می‌توان داشت؟

- (۱) mn^2 (۲) m^2n (۳) $mn(n-1)$ (۴) $m+2n$ (۵) $\frac{mn(n+1)}{2}$

۱۰. کدام ماده در اثر گرفتن گرمای برابر، بیشتر منبسط می‌شود؟

- (۱) الکل (۲) آب (۳) جیوه (۴) مس (۵) شیشه

۱۱. یک طناب بسیار سبک به طول $1/5$ متر را به یک سنگ به وزن 50 نیوتن بسته و آن را با سرعت $10 \frac{m}{s}$ در ارتفاع 6 متری از سطح زمین روی یک دایره‌ی افقی می‌چرخانیم. کار انجام شده توسط نیروی طناب برابر با چند ژول است؟

- (۱) صفر (۲) 90 (۳) 900 (۴) 15 (۵) 150

۱۲. اگر انرژی جنبشی جسمی 44% نسبت به حالت ابتدایی‌اش افزایش یابد، با فرض ثابت بودن جرم، سرعتش نسبت به حالت اولیه چند درصد زیاد شده است؟

- (۱) 12 (۲) 44 (۳) 22 (۴) 20 (۵) 36

۱۳. رابطه‌ی فارنهایت که یکی از واحدهای اندازه‌گیری دماست، با سانتی‌گراد به صورت زیر است:

$$F = 1/8 C + 32$$



دما بر حسب سانتی‌گراد

هر فارنهایت معادل چند سانتی‌گراد است؟

- (۱) $1/8$ (۲) 32 (۳) $1/8$ (۴) $1/32$ (۵) 1

۱۴. مقدار m لیتر آب $10^\circ C$ را با 30 لیتر آب $90^\circ C$ مخلوط می‌کنیم دمای نهایی مخلوط به دست آمده با صرف‌نظر از هرگونه اتلاف انرژی گرمایی برابر با $22^\circ C$ شده است. m برابر با چه عددی است؟

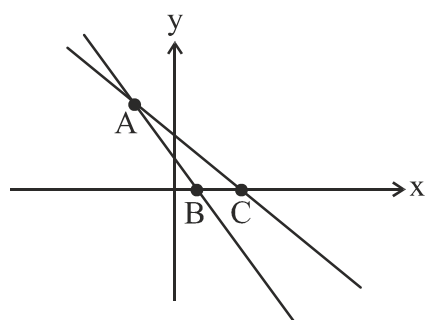
- (۱) 125 (۲) 165 (۳) 108 (۴) 110 (۵) 170

۱۵. یک ظرف محتوی آب صفر درجه سلسیوس را از بالا بر اثر تابش به آرامی گرم می‌کنیم. پس از مدتی دمای سطح آب به $10^\circ C$ می‌رسد. اما قسمت‌های پایینی آن سردتر از این دما باقی‌مانده‌اند. با توجه به این شرایط، کدام گزینه درست است؟

- (۱) در پایین‌ترین قسمت ظرف آب صفر درجه‌ی سلسیوس می‌تواند وجود داشته باشد.
(۲) در هیچ جای ظرف، آب صفر درجه‌ی سلسیوس نمی‌تواند وجود داشته باشد.
(۳) آب صفر درجه‌ی سلسیوس کمی بالاتر از کف ظرف وجود دارد.
(۴) گزینه‌های «۱» یا «۳»
(۵) هیچ‌کدام

سوالات اختصاصی

۱۶. در شکل زیر دو خط با شیب‌های (-1) و (-2) یکدیگر را در نقطه‌ی A با مختصات $\begin{bmatrix} -1 \\ 12 \end{bmatrix}$ قطع کرده‌اند.



مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۱) ۳۶

(۲) ۴۸

(۳) ۵۴

(۴) ۶۰

(۵) ۷۲

۱۷. اگر خطوط به معادلات $d: x + y - 2 = 0$ ، $d': 2x - y = 1$ و $d'': x - my = -1$ از یک نقطه بگذرند، مقدار m

کدام است؟

(۱) -2

(۲) -1

(۳) ۱

(۴) ۲

(۵) صفر

۱۸. چند نقطه روی خط $3x + 4y + 4 = 0$ قرار دارند، به طوری که فاصله‌ی آن‌ها از نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ برابر ۲ باشد؟

(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) سه

(۵) بیش از سه

۱۹. مساحت دایره‌ای که معادله‌ی دو قطر آن $2x + y = 3$ و $x + 2y = 4$ است و از نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، کدام است؟

(۱) $\frac{25}{9}\pi$

(۲) $\frac{10}{9}\pi$

(۳) $\frac{16}{9}\pi$

(۴) $\frac{39}{9}\pi$

(۵) $\frac{41}{9}\pi$

۲۰. در ساخت یک مولد از تجزیه‌ی یک نوع ماده‌ی شیمیایی استفاده می‌شود. در ابتدا غلظت این ماده برابر با ۳۰ گرم در لیتر است و هر سه ثانیه به اندازه‌ی ۵/۰ گرم از غلظت آن کم می‌شود. پس از چند ثانیه این مولد نیاز به شارژ مجدد دارد؟

(۱) ۱۵

(۲) ۱۵۰

(۳) ۶۰

(۴) ۳۰

(۵) ۱۸۰

۲۱. سرعت جسمی که با شتاب ثابت روی مسیر مستقیم در حال حرکت است، در لحظه‌های $t_1 = 5s$ و $t_2 = 8s$

به ترتیب برابر با $9 \frac{m}{s}$ و $21 \frac{m}{s}$ است. سرعت این جسم در لحظه‌ی $t = 10s$ برابر با چند $\frac{m}{s}$ (متر بر ثانیه) است؟

(۱) ۲۵

(۲) ۳۱

(۳) ۳۳

(۴) ۲۹

(۵) ۳۶

۲۲. قرینه‌ی نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ نسبت به خط $x - 2y = 3$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$

(۵) $\begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$

۲۳. به ازای چه مقداری از m دستگاه $\begin{cases} 3x + 2my = 7 \\ mx + 6y = 10 \end{cases}$ جوابی ندارد؟

(۳) صفر

(۲) -۳

(۱) ۳

(۵) ۶

(۴) ± 3

۲۴. در دستگاه $\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ z + x + 2y = -1 \\ x - y + z = 5 \end{cases}$ مقدار $3x + z$ کدام است؟

(۳) ۵/۵

(۲) -۳

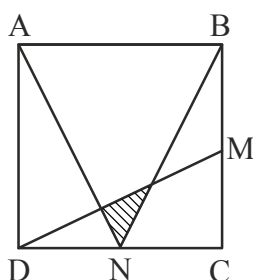
(۱) ۱۲

(۵) ۱۴

(۴) -۲

۲۵. مربع $ABCD$ به ضلع واحد و نقطه‌های M و N به ترتیب وسط BC و CD را در نظر بگیرید. مساحت

ناحیه‌ی هاشورخورده کدام است؟



(۳) $\frac{1}{40}$

(۲) $\frac{1}{60}$

(۱) $\frac{1}{100}$

(۵) $\frac{1}{10}$

(۴) $\frac{1}{30}$

پیام بسیار مهم

دانش‌آموزان عزیز شرکت‌کننده در نهمین دوره لیگ علمی پایا!

خدا قوت...

شما عزیزان برای دسترسی سریع‌تر به منابع، اطلاعیه‌های مراحل بعدی پایا و نتایج می‌بایست به کانال تلگرام دبیرخانه پایا بپیوندید. برای این منظور آدرس کانال را در نرم‌افزار تلگرام وارد نموده و به محض ورود بر روی گزینه Join کلیک نمایید.

آدرس تلگرامی: @payaleague

آدرس اینترنتی: Telegram.me/payaleague

منتظر حضورتان هستیم..

موفق باشید.