



## سوالات مرحله نهایی لیگ علوم پایه

آبان ماه ۱۳۹۹

پایه نهم

### دستور العمل پاسخگویی و داورک سوالات

- مرحله یک- پاسخ گویی به سوالات: سوالات مسابقه یک هفته قبل از آزمون از طریق سامانه آموزش مجازی، کانال تلگرام و سایت اطلاع رسانی لیگ علمی پایا در اختیار گروه های منتخب قرار خواهد گرفت که گروه ها بایستی ظرف مدت یک هفته به این سوالات پاسخ دهند و سپس پاسخ سوالات را در قالب پاورپوینت و PDF در سامانه آموزش مجازی بارگذاری نمایند.
- \* این سوالات باز هستند و جواب معینی ندارند.
- \* در پاسخ دهی به سوالات می توانید از اساتید، مقالات و منابع معتبر آموزشی و کتابخانه ای استفاده نمایید.
- \* سوالات بایستی در تاریخ مقرر تحویل داده شوند و در صورت تاخیر در تحویل، امتیاز منفی به تیم ارایه دهنده تعلق خواهد گرفت.
- \* پاسخ هر سوال حداکثر بایستی ۱۰ صفحه داشته باشد و در قالب یک پاورپوینت ارائه شود.
- \* بعد از ارسال پاسخها، دانش آموزان حق تغییر و یا کامل کردن پاسخها را ندارند و ملاک ارزیابی پاسخ هایی است که برای دبیرخانه ارسال کرده‌اید و مورد داور اولیه قرار گرفته است.

## International Scientific League of PAYA2020

بزرگترین رقابت علمی گروهی کشور و هشتمین دوره مسابقات دانش آموزان جهان اسلام در ایران  
از پایه ششم ابتدایی تا دهم رشته های علوم پایه، علوم ریاضی، علوم تجربی، علوم انسانی، پژوهشی، کارآفرینی، علوم کامپیوتر و برنامه نویسی





**مرحله دو-ارزیابی اولیه سوالات:** کمیته‌ی مسابقات بعد از ارسال سوالات توسط گروه‌های منتخب سوالات را ارزیابی نموده و داروی اولیه انجام می‌گیرد. گروه‌هایی که به سوالات پاسخ نداده و طبق زمان‌بندی مسابقه برای دبیرخانه ارسال نکرده باشند؛ از حضور در رقابت پایانی حذف خواهند شد.

**مرحله سه- ارزیابی نهایی:** گروه‌های راه یافته به مرحله نهایی طبق جدول زمان‌بندی که قبل از مسابقه ارائه می‌گردد، جهت ارزیابی و مسابقه پایانی به صورت آنلاین به رقابت خواهند پرداخت.

در این مرحله هر گروه شرکت‌کننده در هر مرحله در یکی از دسته‌های زیر به قید قرعه در نقش‌های متفاوتی به رقابت می‌پردازند.

- **نقش گزارش‌گر:** گروه‌ها در نقش گزارش‌گر بایستی پاسخ سوالاتی که هیات داوران و گروه چالش‌گر مشخص می‌کنند را با استفاده از پاورپوینت ارائه دهند. (گروه‌ها حق تغییر پاسخ‌های خود را نسبت به آنچه که قبل از مسابقه ارائه داده‌اند را ندارند)

- **نقش چالش‌گر:** مساله‌هایی که تیم ارائه دهنده باید به آن‌ها پاسخ دهد را انتخاب می‌کند؛ نقاط ضعف و قوت تیم ارائه دهنده را بیان می‌کند و می‌بایست به سوالات هیات داوران جواب دهد. برای بررسی بهتر، پاسخ‌های گروه گزارش‌گر قبل از شروع هر راند در اختیار گروه چالش‌گر قرار می‌گیرد.

- **نقش داور:** یکی از اعضای این تیم پس از مشورت با سایر اعضا، با بیان مختصری عملکرد تیم گزارش‌گر و چالش‌گر را ارزشیابی و نتیجه‌گیری می‌کند.

- **نقش ناظر:** گروه‌ها در این نقش گروه می‌توانند از هر گروه دیگری سوال بپرسند.

در نهایت هیات داوران به نحوه ایفای نقش توسط گروه‌ها امتیاز خواهند داد و تیم‌های برتر را معرفی و ارزیابی خواهند نمود.

\*مشخص کردن نقش‌ها طی قرعه‌کشی توسط کمیته‌ی مسابقات صورت می‌گیرد.

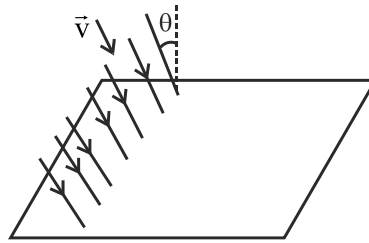
\*لازم به ذکر است که پاسخ دادن به سوالات اختیاری **نبوده** و دانش‌آموزان موظف هستند که به همه سوالات پاسخ دهند. در صورت عدم پاسخ‌دهی به هر سوال امتیاز آن سوال محسوب نمی‌شود.





### ۱. راستای حرکت زیر باران

در یک باران یکنواخت قطره‌های باران با تندی  $v$  و زاویه  $\theta$  نسبت به راستای خط عمود بر سطح زمین، می‌بارند. برای این که کمترین میزان قطره‌های آب با ما برخورد کنند، در چه راستایی و با چه تندی حرکت کنیم؟



### ۲. سرعت زاویه‌ای بال‌های هلیکوپتر

در برخی از مواقع، مشاهده می‌شود با وجود این که یک هلیکوپتر در هوا معلق است، بال‌های آن هیچ حرکتی ندارند یا با سرعتی ناچیز حرکت می‌کنند. برای این پدیده چه توجیهی دارید؟ آیا می‌توانید رابطه‌ی میان سرعت زاویه‌ای واقعی بال‌های هلیکوپتر و سرعت زاویه‌ای که از آن به نظر ما می‌رسد بیابید؟ (چنین پدیده‌ای را در لینک زیر می‌توانید مشاهده کنید: )

([youtube.com/watch?v=f2FsS69p0iM](https://www.youtube.com/watch?v=f2FsS69p0iM))

### ۳. تصویر در آینه

یک طناب بدون جرم از روی قرقره بدون اصطکاکی گذشته است. میمونی یک سر طناب را گرفته و به سر دیگر آن آینه‌ای هم وزن میمون آویخته شده است. اگر میمون فقط قادر به حرکت روی طناب، حرکت به همراه طناب و رها کردن طناب باشد، چگونه می‌تواند از دیدن تصویر خود در آینه بگریزد؟ (توضیح دهید.)



#### ۴. بیشترین و کمترین ماه‌گرفتگی

بیشترین و کمترین تعداد ماه‌گرفتگی ممکن از دید ساکنان روی کره زمین، در یکسال را تخمین بزنید.

#### ۵. حرکت قایق در آب

یک قایق لنگردار، روی سطح استخری که عرض آن کمی از عرض قایق بزرگ‌تر است، شناور است. توضیح دهید در هر حالت زیر

سطح آن استخر و ارتفاع کف قایق از کف استخر چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) لنگر درون آب باشد و آن را بیرون کشیده و به داخل قایق اندازیم.

(۲) لنگر به داخل آب باشد و آن را از آب بیرون کشیده و به کنار استخر اندازیم.

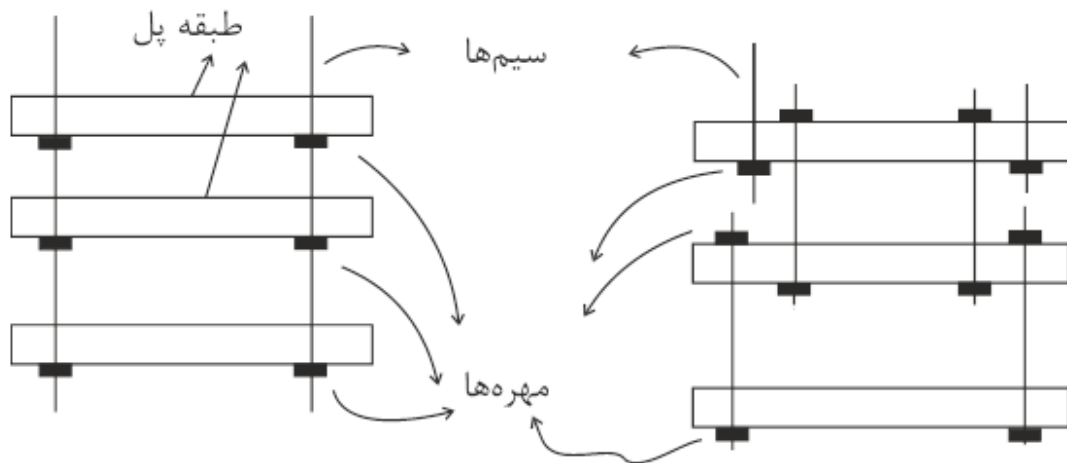
(۳) لنگر را از داخل قایق به داخل آب اندازیم.

(۴) به جای لنگر، یک چوب پنبه را از داخل قایق به داخل آب اندازیم.

#### ۶. پل معلق

فرض کنید می‌خواهیم به وسیله مقداری سیم و مهره‌هایی که به سیم جوش داده می‌شوند، یک پل معلق ۳ طبقه بسازیم. کدام

یک از پل‌های شکل‌های زیر را ترجیح می‌دهید؟ چرا؟



## ۷. عدد گنگ

همان طور که می‌دانید به عددی گنگ گفته می‌شود که نتوان آن را به صورت کسری نوشت یا به عبارت ساده‌تر؛ وقتی به صورت اعشاری نوشته شود، دارای الگوی مشخصی نباشد. اثبات گنگ بودن عددی مانند رادیکال ۲ راحت است. اما در حالت کلی اثبات گنگ بودن یک عدد، مساله‌ی سختی به شمار می‌رود؛ به عنوان مثال **اثبات گنگ بودن عدد پی** در قرن ۱۸ توسط لمبرت و بعد از **اثبات گنگ بودن عدد نپر** اتفاق افتاد. اما تاکنون اثبات نشده است که  $\pi + e$  و  $\pi e$  گنگ هستند یا خیر. نکته‌ی جالب در مورد این موضوع آن است که ما می‌دانیم حداقل یکی از دو عبارت فوق گنگ است اما کدام یک؟ نظر خود را با ذکر دلیل بیان کنید.

## ۸. حدس اردیش-استراوس

در سال ۱۹۴۸ توسط دو ریاضیدان به همین نام ارائه شد؛ این حدس بیان می‌کند «هر عدد گویا به صورت ۴ بر روی  $\pi$  را می‌توان به صورت جمع سه کسر به شکل زیر نوشت»

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

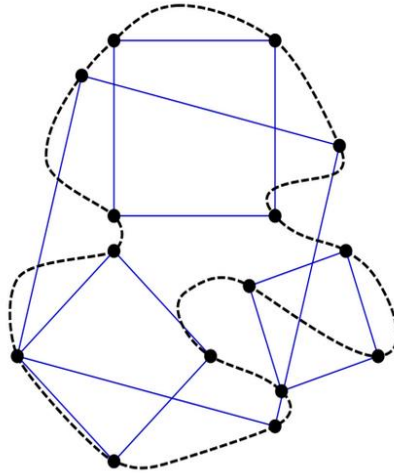
به عنوان مثال:

$$\frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$$
$$\frac{4}{1801} = \frac{1}{451} + \frac{1}{295364} + \frac{1}{3249004}$$

درستی این حدس توسط کامپیوتر تا عدد ۱۰۱۷ تأیید شده است؛ اما کماکان اثباتی برای آن وجود ندارد. نظر خود را در مورد درستی یا نادرستی این حدس با ذکر دلیل بیان کنید.

## ۹. مساله مربع‌های ترسیم شده

مساله‌ی مربع‌های ترسیم شده برای حل این مساله باید مداد به دست بگیرید و شکلی را ترسیم کنید. روی یک برگ کاغذ، یک حلقه ترسیم کنید - لزومی ندارد که این حلقه شکل خاصی داشته باشد، و هر حلقه‌ی بسته‌ای که از خود عبور نکند قابل قبول است.



بر اساس فرضیه‌ی مربع‌های ترسیمی، شما باید بتوانید درون این حلقه مربعی رسم کنید که هر چهار گوشه‌ی آن مانند شکل بالا با حلقه تماس داشته باشند.

شاید ابتدا ترسیم این مربع ساده به نظر برسد اما اگر بخواهیم از دیدگاه علم ریاضی بحث کنیم، این حلقه می‌تواند شکل‌های بسیار متنوعی داشته باشد و تاکنون کسی نتوانسته است با قطعیت اثبات کند که آیا برای هر کدام از آن‌ها، مربعی وجود دارد که گوشه‌هایش با حلقه‌ها در تماس باشد؟

تامپسون در این باره می‌نویسد: "این مساله برای چندین شکل دیگر، نظیر مثلث و مستطیل حل شده است. اما مساله‌ی مربوط به مربع‌ها تا حدی دشوار به نظر می‌رسد و تاکنون هیچ ریاضیدانی نتوانسته است آن را اثبات کند." به نظر شما آیا ممکن است این مساله به روش ریاضی اثبات شود؟ در مورد پنج‌ضلعی‌ها چه فکر می‌کنید؟

## ۱۰. حدس کولاتز

یک عدد طبیعی انتخاب کنید؛ اگر زوج بود آن را بر ۲ تقسیم کنید و اگر فرد بود آن را ۳ برابر کنید و با ۱ جمع ببندید؛ برای عدد جدید به دست آمده همین فرایند را تکرار کنید؛ اگر این کار را ادامه دهید، در نهایت به عدد ۱ خواهید رسید؛ به عنوان مثال:

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 5 \rightarrow 10 \rightarrow 20 \rightarrow 40 \rightarrow 13 \rightarrow 26 \rightarrow 52 \rightarrow 17 \rightarrow 34 \rightarrow 11 \rightarrow 22 \rightarrow 7$

این موضوع در سال ۱۹۳۷ توسط لوتار کولاتز مطرح شد و کماکان بعد از گذشت چندین دهه، حلی برای آن در دسترس نیست. درستی این حدس تا عدد  $2^6$  توسط کامپیوتر بررسی شده است؛ اما هنوز اثباتی برای آن وجود ندارد.

توضیح دهید به نظر شما دلیل این که در نهایت به ۱ می‌رسیم چیست؟ در مورد اعداد صحیح منفی می‌توانیم حالت مشابهی داشته باشیم؟



## ۱۱. فضای اقلیدسی و ناقلیدسی

در مورد فضاهای اقلیدسی و ناقلیدسی در هندسه تحقیق کنید. چه تفاوتی دارند؟ چند مدل فضای غیراقلیدسی داریم. در مورد کاربردهای آنها توضیح دهید.

