



سوالات مرحله نهایی لیگ علوم کامپیوتر و برنامه‌نویسی

آبان ماه ۱۳۹۹

پایه‌هاک دهم و یازدهم

دستور العمل پاسخگویی و داوری سوالات

مرحله یک- پاسخ‌گویی به سوالات: سوالات مسابقه یک هفته قبل از آزمون از طریق سامانه آموزش مجازی، کانال تلگرام و سایت اطلاع‌رسانی لیگ علمی پایا در اختیار گروه‌های منتخب قرار خواهد گرفت که گروه‌ها بایستی ظرف مدت یک هفته به این سوالات پاسخ دهند و سپس پاسخ سوالات را در قالب پاورپوینت و PDF در سامانه آموزش مجازی بارگذاری نمایند.

- * این سوالات باز هستند و جواب معینی ندارند.
- * در پاسخ‌دهی به سوالات می‌توانید از اساتید، مقالات و منابع معتبر آموزشی و کتابخانه‌ای استفاده نمایید.
- * سوالات بایستی در تاریخ مقرر تحویل داده شوند و در صورت تاخیر در تحویل، امتیاز منفی به تیم ارایه‌دهنده تعلق خواهد گرفت.
- * پاسخ هر سوال حداکثر بایستی ۱۰ صفحه داشته باشد و در قالب یک پاورپوینت ارائه شود.
- * بعد از ارسال پاسخ‌ها، دانش‌آموزان حق تغییر و یا کامل کردن پاسخ‌ها را ندارند و ملاک ارزیابی پاسخ‌هایی است که برای دبیرخانه ارسال کرده‌اید و مورد داوری اولیه قرار گرفته است.

مرحله دو- ارزیابی اولیه سوالات: کمیته‌ی مسابقات بعد از ارسال سوالات توسط گروه‌های منتخب سوالات را ارزیابی نموده و داوری اولیه انجام می‌گیرد. گروه‌هایی که به سوالات پاسخ نداده و طبق زمان‌بندی مسابقه برای دبیرخانه ارسال نکرده باشند؛ از حضور در رقابت پایانی حذف خواهند شد.

International Scientific League of PAYA2020

بزرگترین رقابت علمی گروهی کشور و هشتمین دوره مسابقات دانش‌آموزان جهان اسلام در ایران

از پایه ششم ابتدایی تا دهم رشته‌های علوم پایه، علوم ریاضی، علوم تجربی، علوم انسانی، پژوهشی، کارآفرینی، علوم کامپیوتر و برنامه‌نویسی



کتاب گنجین علم و فرهنگ ایران اسلامی



سازمان سنجش دانش‌آموزی



موسسه خدمات علمی آموزشی

روزندگان اسلام



مخازن علمی ایران



مرحله سه - ارزیابی نهایی: گروه‌های راه یافته به مرحله نهایی طبق جدول زمان‌بندی که قبل از مسابقه ارائه می‌گردد، جهت ارزیابی و مسابقه پایانی به صورت آنلاین به رقابت خواهند پرداخت.

در این مرحله هر گروه شرکت‌کننده در هر مرحله در یکی از دسته‌های زیر به قید قرعه در نقش‌های متفاوتی به رقابت می‌پردازند.

- **نقش گزارش‌گر:** گروه‌ها در نقش گزارش‌گر بایستی پاسخ‌سوالاتی که هیات داوران و گروه چالش‌گر مشخص می‌کنند را با استفاده از پاورپوینت ارائه دهند. (گروه‌ها حق تغییر پاسخ‌های خود را نسبت به آنچه که قبل از مسابقه ارائه داده‌اند را ندارند)

- **نقش چالش‌گر:** مساله‌هایی که تیم ارائه دهنده باید به آن‌ها پاسخ دهد را انتخاب می‌کند؛ نقاط ضعف و قوت تیم ارائه دهنده را بیان می‌کند و می‌بایست به سوالات هیات داوران جواب دهد. برای بررسی بهتر، پاسخ‌های گروه گزارش‌گر قبل از شروع هر راند در اختیار گروه چالش‌گر قرار می‌گیرد.

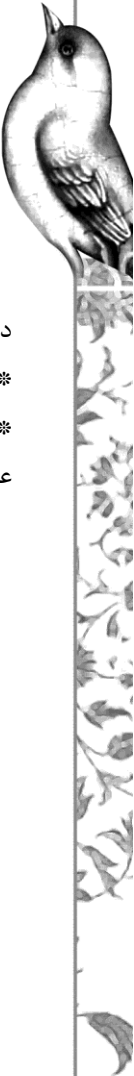
- **نقش داور:** یکی از اعضای این تیم پس از مشورت با سایر اعضا، با بیان مختصری عملکرد تیم گزارش‌گر و چالش‌گر را ارزشیابی و نتیجه‌گیری می‌کند.

- **نقش ناظر:** گروه‌ها در این نقش گروه می‌توانند از هر گروه دیگری سوال بپرسند.

در نهایت هیات داوران به نحوه ایفای نقش توسط گروه‌ها امتیاز خواهند داد و تیم‌های برتر را معرفی و ارزیابی خواهند نمود.

*مشخص کردن نقش‌ها طی قرعه‌کشی توسط کمیته‌ی مسابقات صورت می‌گیرد.

*لازم به ذکر است که پاسخ دادن به سوالات اختیاری **نبوده** و دانش‌آموزان موظف هستند که به همه سوالات پاسخ دهند. در صورت عدم پاسخ‌دهی به هر سوال امتیاز آن سوال محسوب نمی‌شود.



توجه: در پاسخ به سوالات لطفا موارد زیر را در نظر داشته باشید:

- سوالات برنامه‌نویسی به زبان ++C باشد.
- در صورتی که در پاسخ‌گویی به سوال‌هایی که دارای برنامه‌نویسی می‌باشند، موفق به نوشتن کد مربوطه نشدید، می‌توانید با نوشتن الگوریتم حل سوال بخشی از نمره را کسب کنید.
- در سوالاتی که دارای برنامه‌نویسی و الگوریتم می‌باشند، محدودیت‌های ورودی ذکر نشده است. تا دانش‌آموزان بهترین الگوریتم و کد ممکن را برای آن ارائه دهند. به هر کد و الگوریتم بخشی از امتیاز سوال تعلق می‌گیرد.

۱. آرایه n عضوی A_1, A_2, \dots, A_n از اعداد صحیح به آرمان هدیه داده شده است. آرمان می‌خواهد این آرایه را بهتر بشناسد به همین علت او به دنبال پیدا کردن عدد پرشمار آرایه است. عدد پرشمار آرایه عددی است که حداقل $\frac{p}{q}$ ام از اعضای آرایه برابر با آن باشند. بهترین الگوریتمی که از لحاظ پیچیدگی زمانی و حافظه می‌توانید برای هر کدام از موارد زیر به دست آورید چیست؟ (دقت کنید که الگوریتم شما در صورت عدم وجود عدد پرشمار باید این مورد را تشخیص دهد).

الف) $p=1, q=2$

ب) $p=2, q=3$

ج) احمد که به فکر اذیت کردن آرمان است، گاهی اوقات مقدار یکی از خانه‌های آرایه آرمان را تغییر می‌دهد. الگوریتمی ارائه کنید که بعد از هر تغییر احمد عدد پرشمار آرایه جدید را محاسبه کند. (در این حالت $p=1, q=2$ است).

۲. آرمان به تازگی به کشور فرهنگستان سفر کرده است. این کشور n شهر دارد. برخی شهرهای این کشور با جاده به یکدیگر متصل هستند که تعداد این جاده‌ها $n-1$ تاست و از هر شهری می‌توان به هر شهر دیگری با استفاده از این جاده‌ها رسید (شهرها و جاده‌ها تشکیل درخت داده‌اند). آرمان که در ابتدا در شهر شماره ۱ قرار دارد می‌خواهد همه‌ی شهرهای این کشور را ببیند و سفرش را در یکی از شهرها تمام کند. مشکل آرمان این است که در جاده‌های این کشور عوارض سنگینی از مسافران دریافت می‌شود برای همین آرمان می‌خواهد با طی کردن کمترین تعداد جاده‌ها به هدفش برسد. برنامه‌ای بنویسید که با ورودی گرفتن نقشه شهرهای این کشور تعداد روش‌هایی که آرمان می‌تواند برنامه سفرش را تنظیم کند خروجی دهد.

۳. آرمان فرد پرمشغله‌ای است. او یک دبیر است و افراد مختلفی با او تماس می‌گیرند تا از او وقت برای تدریس بگیرند. فرض کنید آرمان می‌خواهد برای n روز آینده برنامه‌ریزی کند. هرکس که با آرمان تماس می‌گیرد وقت او را برای چند روز متوالی می‌خواهد؛ اگر آرمان تا آن زمان کلاس دیگری که با این کلاس تداخل زمانی داشته باشد را نپذیرفته باشد، کلاس جدید را می‌پذیرد. همچنین ممکن است برخی افراد تماس بگیرند و وقت‌های قبلی را لغو کنند. شما باید برنامه‌ای بنویسید که با گرفتن ترتیب تماس‌ها و جزییات آن‌ها بازخورد آرمان (اینکه کلاس را می‌پذیرد و یا رد می‌کند) را اعلام کنید.

ورودی

در خط اول ورودی مقدار n ورودی داده می‌شود. در خط دوم مقدار q ورودی داده می‌شود که تعداد تماس‌هایی که با آرمان گرفته می‌شود را نشان می‌دهد. در هر یک از q خط بعدی ابتدا یک مقدار f ورودی داده می‌شود.



- اگر f یک باشد: تماس از نوع گرفتن وقت است. از این رو دو عدد l و r ورودی داده می‌شود که یعنی فرد تماس گیرنده وقت آرمان را برای روزهای l ام تا r ام می‌خواهد.
- اگر f دو باشد: یعنی تماس از نوع لغو است. از این رو یک عدد x ورودی داده می‌شود. در اینجا آرمان باید وقت x امین تماس از نوع اول را لغو کند.

خروجی

برای هر کدام از تماس‌هایی که مقدار آن‌ها یک است (تماس‌هایی که جهت نوبت گرفتن هستند)، اگر آرمان با درخواست آن‌ها موافقت می‌کند عبارت "ACCEPT" و در غیر این صورت عبارت "REJECT" را چاپ کنید.

ورودی نمونه ۱

10

5

1 2 5

1 8 10

1 4 6

2 1

1 4 7

خروجی نمونه ۱

ACCEPT
ACCEPT
REJECT
ACCEPT

۴. آرمان در حال بازی با خودش است. او در حال ساخت یک دنباله از اعداد است. در ابتدا دنباله او شامل یک عدد n است. او در ابتدا به سراغ عدد اول دنباله می‌رود و تمام مقسوم علیه‌های آن را به جز خود عدد و یک به ترتیب از بزرگ به کوچک به انتهای دنباله اضافه می‌کند. سپس به سراغ عدد دوم رفته و همین کار را تکرار می‌کند، سپس عدد سوم و ... و این کار را آنقدر تکرار می‌کند تا به انتهای دنباله برسد (می‌توان نشان داد که او بالاخره به انتهای دنباله می‌رسد). عدد n و x به شما ورودی داده می‌شود. برنامه‌ای بنویسید که x امین عدد دنباله نهایی را چاپ کند.

ورودی

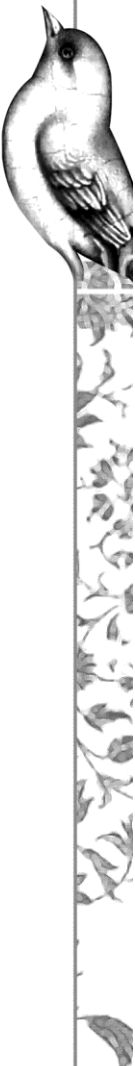
در تنها خط ورودی به ترتیب دو مقدار n و x به شما ورودی داده می‌شود.

خروجی

در تنها خط خروجی یک عدد معادل پاسخ مساله را چاپ کنید.

ورودی نمونه ۱

12 7



۵. همهی جایگشت‌های اعداد ۱ تا n را در نظر بگیرید. گرافی می‌سازیم به طوریکه به ازای هر کدام از این $n!$ جایگشت یک راس قرار می‌دهیم (هر راس متناظر با یک جایگشت). رئوس متناظر با دو جایگشت را به یکدیگر متصل می‌کنیم اگر با جابه‌جایی دو عنصر مجاور به یکدیگر تبدیل شوند. ثابت کنید گراف ساخته شده همیلتونی است (دور همیلتونی دارد).

۶. یال‌های گراف کامل n راسی را با ۲ رنگ آبی و قرمز رنگ کرده‌ایم. در بین هر ۴ راس مثلثی یک‌رنگ پیدا می‌شود. ثابت کنید می‌توان رئوس گراف به دو مجموعه S, T افراز کرد به طوری که بین اعضای مجموعه S یال قرمز و در بین اعضای مجموعه T یال آبی وجود نداشته باشد. (هر کدام از این مجموعه‌ها می‌توانند تهی نیز باشند).

۷. یک جدول شطرنجی $2n \times 2n$ داریم. در هر حرکت می‌توانیم یک زیرمستطیل از این جدول انتخاب کرده و رنگ تمام خانه‌های آن را عوض کنیم (از سیاه به سفید و از سفید به سیاه). حداقل چند حرکت لازم داریم تا جدول را یک رنگ کنیم؟

۸. تعداد $n+1$ زیرمجموعه ۳ عضوی مختلف از مجموعه اعداد ۱ تا n انتخاب کرده‌ایم. ثابت کنید اشتراک دو تا از این زیرمجموعه‌ها دقیقاً یک عضو است.

۹. احمد و آرمان می‌خواهند بازی ساده‌ای انجام دهند. آن‌ها یک جدول 4×4 دارند که ممکن است برخی از خانه‌های آن در ابتدا بلاک باشد. آرمان مهره‌های سفید و احمد مهره‌های سیاه دارد و بازی به نوبت انجام می‌شود. آرمان شروع‌کننده بازی است. هرکس در نوبت خودش یکی از مهره‌هایش در یکی از خانه‌های جدول قرار می‌دهد. فرض کنید آرمان بخواهد مهره‌ای را در خانه X قرار دهد؛ او به شرطی می‌تواند این کار را انجام دهد که در خانه‌های مجاور ضلعی خانه X تعداد مهره‌های سیاه از سفید بیشتر نباشد (وضعیت مشابهی برای احمد وجود دارد که در خانه‌های مجاور خانه مورد نظرش تعداد سفیدها نباید از سیاه‌ها بیشتر باشد). دقت کنید که خانه‌های بلاک شده و خانه‌های خالی در شمارش محاسبه نمی‌شوند. کسی که نتواند حرکت کند می‌بازد. برنامه‌ای بنویسید که با ورودی گرفتن جدول اولیه بگوید استراتژی برد با چه کسی است.

همچنین حالت‌های اضافی وجود دارد که اگر آن را نیز حل کنید امتیازی اضافی خواهید گرفت:

- برنامه شما برای جدول‌های بزرگ‌تر هم بتواند در زمان پایین (در حد چند ثانیه) برنده را مشخص کند.

۱۰. سوال قبل را با در نظر گرفتن موارد زیر حل کنید:

الف) برنامه‌ای بنویسید که با ورودی گرفتن یک حالت تصادفی در میانه بازی بتواند همچنان بازیکن دارای استراتژی برد را مشخص کند.

ب) برنامه‌ای بنویسید که در زیر مساله الف به جای شخص دارای استراتژی برد بتواند بازی کند.



۱۱. جدولی $n \times n$ داریم که در هر خانه آن یک عدد صحیح نوشته شده است. به یک خانه از جدول کوچک می‌گوییم اگر مقدار آن از همه ی مجاورانش کمتر باشد. برنامه‌ای بنویسید که با ورودی گرفتن مقدار n و جدول $n \times n$ تعداد خانه‌های کوچک جدول را خروجی دهد.

ورودی

در خط اول ورودی عدد صحیح n ورودی داده شده است. در n بعدی در هر خط یکی از سطرهای جدول ورودی داده می‌شود.

خروجی

در تنها خط خروجی یک عدد صحیح معادل پاسخ مساله چاپ کنید.
ورودی نمونه ۱

3

3 7 2

5 1 8

0 2 4

4

خروجی نمونه ۱

