



یازدهمین دوره لیگ علمی بین المللی پایا

دانش آموزان عزیز !

برای درک پیش آزمون های رشته تجربی و حل سوالات آن نیاز به یادگیری مبحث لگاریتم و روابط آن دارید. پس پیش آزمون مقدماتی به موفقیت شما در مرحله مقدماتی کمک خواهد کرد. ضمناً استفاده از ماشین حساب مهندسی در روز آزمون برای شما بلامانع است. پس حتما کار کردن با ماشین حساب مهندسی را یاد بگیرید.

پیش آزمون مقدماتی پایه دهم لیگ علوم تجربی

تابع لگاریتمی چیست و چگونه ساخته می شود؟

با تابع نمایی $y = 2^x$ شروع می کنیم که تابعی یک به یک است و بنابراین تابع معکوس آن وجود دارد. به یاد آورید که معکوس تابع یک به یک $y = f(x)$ را می توان با یافتن قرینه ی نقاط روی نمودار تابع f نسبت به خط $y = x$ ساخت.

به جدول و نمودار زیر توجه کنید :

$y = 2^x$		$x = 2^y$	
x	y	x	y
۱	۲	۲	۱
۲	۴	۴	۲
۳	۸	۸	۳
۰	۱	۱	۰
-۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-۱
-۲	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-۲
-۳	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	-۳

International Scientific League of PAYA 2018

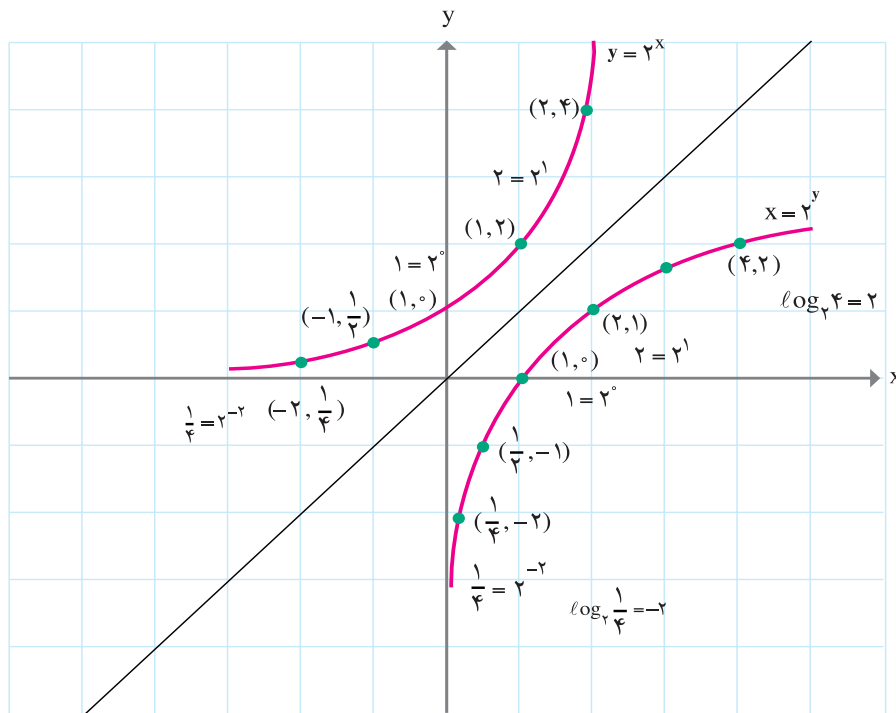
بزرگترین رقابت علمی گروهی کشور

از پایه ششم ابتدایی تا دهم رشته های علوم پایه، علوم ریاضی، علوم تجربی، علوم انسانی، علوم کامپیوتر - برنامه نویسی و پژوهشی

تلفن: -۶۶۱۲۹۲۸۴ -۶۶۱۲۸۰۳۵ -۶۶۱۲۸۰۳۱

www.Payaleague.ir

[Telegram.me/payaleague](https://t.me/payaleague)



شکل (۱)

در شکل (۱) نمودار تابع نمایی و نمودار تابع معکوس آن (که تابع لگاریتمی نامیده می‌شود) نشان داده شده است. به عنوان مثال نقطه‌ی (۲ و ۴) روی نمودار تابع نمایی است. و نقطه‌ی (۴ و ۲) که قرینه‌ی آن نسبت به خط $y = x$ است روی نمودار تابع معکوس آن (تابع لگاریتمی) قرار دارد. معکوس $y = 2^x$ را می‌توان به صورت $x = 2^y$ نوشت. در عبارت $x = 2^y$ ، y را لگاریتم x در پایه‌ی ۲ می‌خوانیم و با نماد $y = \log_2 x$ نشان می‌دهیم.



۱ هر یک از تساوی‌های زیر را به صورت $x = 2^y$ بنویسید.

الف) $y = \log_2 \frac{1}{4} = -2$

ب) $y = \log_2 1 = 0$

$$\frac{1}{4} = 2^{-2}$$

$$1 = 2^0$$

۲ هر یک از تساوی‌های زیر را به صورت $y = \log_2 x$ بنویسید.

الف) $2^5 = 32$

ب) $16^{\frac{1}{2}} = 4$

$$\log_2 32 = 5$$

$$\log_{16} 4 = \frac{1}{2}$$

دامنه تعریف توابع لگاریتمی مقادیر مثبت است و برد توابع لگاریتمی مجموعه‌ی \mathbb{R} است.

محاسبه‌ی لگاریتم یک عدد

تابع $f(x) = \log_3 x$ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم $f(81)$ را به دست آوریم:

فرض کنیم: $f(81) = y$ یا $\log_3 81 = y$

از تعریف لگاریتم داریم: $81 = 3^y$ و یا $3^4 = 3^y$ و در نتیجه: $y = 4$



۲ \log_8 و $\log_{\frac{1}{3}} 81$ را محاسبه کنید.

الف) $\log_8 2 = y$

$$2 = 8^y$$

$$2 = 2^{3y}$$

$$1 = 3y$$

$$y = \frac{1}{3}$$

ب) $\log_{\frac{1}{3}} 81 = y$

$$81 = \left(\frac{1}{3}\right)^y$$

$$81 = 3^{-y}$$

$$y = -4$$



۱ نشان دهید که:

۱) $\log_4 16 = 2$

۲) $\log_3 \frac{1}{27} = -3$

۲ مقدار $\log_5 5$ و $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{6}$ را محاسبه کنید. در حالت کلی $a \neq 1$ و $a > 0$ و $\log_a a$ را

محاسبه و عبارت زیر را کامل کنید.

$$\log_c b = n, \log_c a = m$$

$$b = c^n, a = c^m$$

$$ab = c^m \times c^n = c^{m+n}$$

$$ab = c^p$$

$$ab = c^{m+n}$$

بنابراین : $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$ یا $c^p = c^{m+n}$



$$\log_2 2 + \log_2 5 = \log_2 10 = 1$$

برای هر عدد حقیقی مثبت a, b, c که $(c \neq 1)$ است می توان ثابت کرد که:

$$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$



برای محاسبه $\log_{10} \frac{1}{10}$ می توان نوشت:

$$\log_{10} \frac{1}{10} = \log_{10} 1 - \log_{10} 10 = 0 - 1 = -1$$

از اینکه $\log_3 5 = 1/4650$ و $\log_3 20 = 2/7268$ است، استفاده می کنیم و $\log_3 4$ را محاسبه می نمایم.

$$\log_3 4 = \log_3 \frac{20}{5} = \log_3 20 - \log_3 5 = 1/2618$$