

سوالات فردی پاسخ کوتاه

آزمون مرحله‌ی نهایی

پایه‌ی اول دبیرستان - رشته ریاضی

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

مرداد ۱۳۹۴

توضیحات: فقط جواب نهایی هر سوال را در قسمت مشخص شده برای آن بنویسید و از نوشتن هرگونه راه‌حل خودداری کنید. پاسخ خود را فقط با خودکار آبی نوشته و از به‌کاربردن لاک غلط‌گیر خودداری نمایید. استفاده از هرگونه وسیله‌ی الکترونیکی نظیر موبایل، تبلت و انواع ماشین حساب ممنوع است.

- مجموع همه‌ی اعداد صحیح و مثبت n که به ازای آن‌ها حاصل جمع ارقام n برابر با $2015 - n$ شود، چیست؟
- اگر برای چند جمله‌ای $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ داشته باشیم $P(5) + P(25) = 1906$ ، حداقل مقدار ممکن برای قدر مطلق $P(15)$ برابر با چه عددی می‌شود؟ (ضرایب چند جمله‌ای صحیح هستند).
- باقی‌مانده‌ی تقسیم $(2014 - 2008)^{2014} + 2008^{2014}$ بر 100 چیست؟
- حاصل جمع کلیه مقادیر حقیقی x را که در تساوی زیر صدق می‌کنند به‌دست آورید.

$$\left(x + \frac{1}{x} - 17\right)^2 = x + \frac{1}{x} + 17$$
- فرض کنید x عددی حقیقی باشد که بین صفر و $\frac{\pi}{4}$ قرار دارد. در صورتی‌که حداکثر مقدار عبارت

$$u = 3 \sin^2 x + 8 \sin x \cos x + 9 \cos^2 x$$
 برابر با M شود، حاصل $M + 100 \cos^2 x$ برابر با چه عددی می‌شود؟ (دقت داشته باشید که در عبارت اخیر مقدار x باعث ماکزیمم شدن u می‌شود).
- با توجه به تساوی زیر مقدار n را محاسبه کنید. ($n > 0$)

$$\sqrt[3]{\sqrt{5\sqrt{2} + n} + \sqrt{5\sqrt{2} - n}} = \sqrt{2}$$
- به ازای چند عدد صحیح مانند n عبارت $20 + n^{2015} + 1 + n$ بخش‌پذیر است؟
- معادله‌ی $x^2 + y^2 = z^3$ در مجموعه‌ی اعداد طبیعی چند دسته جواب متمایز دارد؟
- مجموع مربعات x هایی را که در رابطه‌ی تساوی $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x+6} = 1$ صدق می‌کنند، به‌دست آورید.
- بزرگ‌ترین عدد حقیقی M که برای آن رابطه‌ی $a^2 + b^{1389} \geq Mab$ برقرار باشد، چیست؟ ($0 \leq a, b \leq 1$)