هوالعلیم

دفترچه پیش‌آزمون و سوالات
آزمون مرحله‌ی مقدماتی (۸ اسفند ۱۳۹۳)
رشته‌ی ریاضی پایه‌ی اول متوسطه

عنوان	صفحه	مدت زمان پاسخ‌گویی
پیش‌آزمون‌ها	۲-۱۰	۱۵ دقیقه
سوالات ۱ تا ۱۵ عمومی، سوالات ۱۶ تا ۲۵ اختصاصی براساس پیش‌آزمون	۱۱-۱۲	۴۰ دقیقه
پاسخ‌گویی به کلیه‌ی سوالات به صورت گروهی است. بنابراین توصیه می‌شود پس از جمع‌بندی نهایی یکی از اعضای گروه مسوولیت وارد کردن پاسخ‌ها را در پاسخ‌برگ داشته باشد.		
به ازای هر ۴ پاسخ اشتباه، امتیاز یک پاسخ صحیح از بین می‌رود.		

لطفا توجه نمایید:

لیگ علمی پایا در مقطع دبیرستان (دوره دوم) در قالب گروه‌های ۵ نفره در رشته‌های ریاضی، فیزیک، شیمی و زیست شناسی برگزار می‌گردد.

مرحله مقدماتی لیگ علمی پایا شامل پیش‌آزمون، سوالات عمومی و سوالات پیش‌آزمون است.

۱) در قسمت اول آزمون هر یک از اعضای گروه باید پیش‌آزمون مربوط به خود را از دفترچه جدا نموده و به صورت انفرادی مطلب آموزشی (پیش‌آزمون) خود را در مدت زمان ۱۵ دقیقه مطالعه نماید و به خاطر بسپارند.

۲) قسمت دوم آزمون شامل پاسخ‌گویی به ۱۵ سوال تستی ۵ گزینه‌ای از مطالب کتاب‌های درسی و منابع معرفی شده دانش‌آموزان به صورت گروهی می‌باشد که هر یک از پایه‌های اول، دوم و سوم متوسطه بایستی به سوالات ویژه خود پاسخ دهند.

۳) بخش سوم سوالات شامل پاسخ‌گویی به ۱۰سوال تستی ۵ گزینه‌ای است که همه اعضای گروه به کمک هم و با استناد به مطالب آموزشی که در بخش قبل مطالعه کرده‌اند به آن‌ها پاسخ می‌دهند.

تذکر ۱. هر یک از اعضای گروه ملزم به مطالعه یکی از پیش‌آزمون‌ها می‌باشند و در غیر این صورت تخلف در آزمون محسوب می‌شود.

تذکر ۲. چنان‌چه گروهی ۴ نفره باشد، یکی از اعضای گروه علاوه بر مطالعه پیش‌آزمون مربوط به خود مسوولیت مطالعه پیش‌آزمون ۵ را نیز بر عهده دارد.

تذکر ۳. چنان‌چه گروهی ۳ نفره باشد، یکی از اعضای گروه می‌تواند مسوولیت مطالعه پیش‌آزمون ۴ را برعهده بگیرد و گروه مجاز به مطالعه پیش‌آزمون ۵ نمی‌باشد.

تذکر ۴. هنگام پاسخ‌گویی به سوالات نیاز به جمع‌آوری پیش‌آزمون‌ها از دانش‌آموزان نمی‌باشد.

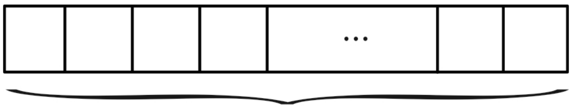
پیش‌آزمون ۱

گاهی اوقات در برخی از مسائل شمارشی، پیدا کردن فرمولی به عنوان جواب نهایی کار بسیار سختی است. اما می‌توان بین حالت‌های مختلف مسئله رابطه‌هایی پیدا کرد و به کمک آن‌ها الگوریتمی برای حالت‌های مختلف مسئله ارائه داد.

به مثال زیر توجه کنید:

مثال:

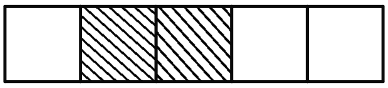
می‌خواهیم یک جدول $۱\times n$ را با کاشی‌های ۱×۱ و ۱×۲ فرش کنیم. f_n را تعداد حالت‌های مختلف فرش کردن درنظر بگیرید و آن را پیدا کنید.



nخانه

۱×۲ ۱×۱

حل: به عنوان مثال اگر $n=۵$ بگیریم، می‌توان جدول ۱×۵ را با کاشی‌های ۱×۱ و ۱×۲ مطابق شکل زیر پوشاند:



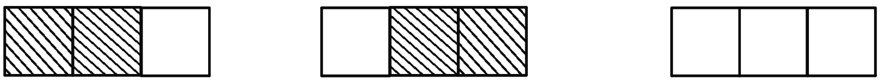
هدف ما پیدا کردن f_n است.

حالت‌های ساده‌تر زیر را امتحان می‌کنیم.

$f_۱$: به وضوح $f_۱=۱$ چون جدول ۱×۱ را فقط به یک روش و آن هم با یک کاشی ۱×۱ فرش می‌کنیم.

$f_۲$: $f_۲=۲$ زیرا جدول ۱×۲ را فقط به یکی از دو حالت زیر می‌توان پوشاند:

$f_۳$: برای محاسبه‌ی $f_۳$ نیز فقط سه حالت زیر را داریم:



می‌توان حدس زد وقتی که n بزرگ شود، محاسبه‌ی f_n بسیار دشوار خواهد شد.

حال فرض کنید می‌خواهیم مقدار f_n را به ازای n خاص(مثلاً $n=۴$) به‌دست آوریم و در ضمن این فرض را هم در نظر بگیرید که به ازای هر i $(i<n)$ مقدار f_i را می‌دانیم. می‌توان نشان داد که مقدار f_n را می‌توان از روی مقادیر f_i ها $(i<n)$ به‌دست آورد.

f_n برابر با تعداد حالت‌های فرش کردن یک جدول $۱\times n$ با کاشی‌های ۱×۱ و ۱×۲ است.

f_n = تعداد حالت‌های فرش کردن **نوع اول** + تعداد حالت‌های فرش کردن **نوع دوم**

پیش‌آزمون ۲

اگر بخواهیم یک جدول $۱\times n$ را که در شکل زیر داده شده است، به‌وسیله‌ی کاشی‌های ۱×۱( ) یا ۱×۲( ) فرش کنیم، فرض می‌کنیم این کار به f_n روش امکان‌پذیر باشد.

		...				

جدول $۱\times n$

می‌توان گفت که:

f_n = تعداد حالت‌های فرش کردن **نوع اول** + تعداد حالت‌های فرش کردن **نوع دوم**

تعداد حالت‌های فرش کردن نوع اول: اگر خانه‌ی اول به وسیله کاشی ۱×۱ پوشانده شود، از جدول $۱\times n$ ، $n-۱$ خانه‌ی دیگر (خانه‌های دوم تا nاُم) باقی می‌ماند.

در واقع یک جدول $۱\times(n-۱)$ خانه‌ای باقی‌مانده است. پس به راحتی می‌توان دید که طبق تعریف این $(n-۱)$ خانه را می‌توان به $f_{n-۱}$ طریق پوشاند. پس تعداد حالت‌هایی که خانه‌ی اول توسط کاشی ۱×۱ پوشانده شده است، برابر $f_{n-۱}$ است.

تعداد حالت‌های فرش کردن نوع دوم: اگر خانه‌ی اول به وسیله‌ی یک کاشی ۱×۲ پوشانده شود، از جدول $۱\times n$، $n-۲$ خانه‌ی دیگر (خانه‌های سوم تا nاُم) باقی می‌ماند که مانند یک جدول $۱\times(n-۲)$ خالی است که مشابه قسمت قبل به $f_{n-۲}$ طریق پوشانده می‌شود. بنابراین تعداد حالت‌هایی که خانه‌ی اول به وسیله‌ی کاشی ۱×۲ پوشانده می‌شود، برابر $f_{n-۲}$ است.

حال با توجه به رابطه‌ی قبل می‌توانیم بنویسیم:

$$f_n = f_{n-۱} + f_{n-۲}$$

این رابطه را یک **رابطه‌ی بازگشتی** می‌نامیم. زیرا برای محاسبه‌ی f_n به حالت‌های قبلی (یعنی nهای کوچک‌تر) باز می‌گردیم و به کمک آن‌ها مقدار f_n را به‌دست می‌آوریم.

پیش‌آزمون ۳

اگر $\{f_n\}$ نشان‌دهنده‌ی یک دنباله باشد، رابطه‌ی زیر را یک رابطه‌ی بازگشتی می‌نامیم:

$$f_n = f_{n-۱} + f_{n-۲} \qquad (۱)$$

در واقع دنباله یا رابطه‌ی بازگشتی، رابطه‌ی بین جمله‌های مختلف یک دنباله را در حالت کلی به‌دست می‌دهد.

به کمک رابطه‌ی (۱) می‌توانیم الگوریتمی را برای محاسبه‌ی $f_n \,(n \in \mathbb{N})$ ارائه دهیم. فرض کنید که مقادیر $f_۱ = ۱$ و $f_۲ = ۲$ را می‌دانیم. حال $f_۳$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f_۳ = f_۲ + f_۱ = ۲+۱ = ۳$$

سپس در ادامه خواهیم داشت:

$$f_۴ = f_۳ + f_۲ = ۳+۲ = ۵$$

$$f_۵ = f_۴ + f_۳ = ۵+۳ = ۸$$

$$f_۶ = f_۵ + f_۴ = ۵+۸ = ۱۳$$

این کار را آن قدر ادامه می‌دهیم تا f_n مشخص شود.

حال سوال این جاست که آیا می‌توان به کمک این رابطه‌ی بازگشتی رابطه‌ی مستقیمی برای محاسبه‌ی f_n به‌دست آورد؟ یعنی رابطه‌ای که فقط به n بستگی داشته باشد.

پاسخ به این پرسش مثبت است.

تعریف: دنباله‌ی $f_۱, f_۲, f_۳, \ldots$ را که در رابطه‌ی بازگشتی $f_n = f_{n-۱} + f_{n-۲}$ با شروط $f_۱ = ۱$ و $f_۲ = ۲$ صدق می‌کند، **دنباله‌ی فیبوناتچی** می‌نامند.

مثال: فرض کنید $a_۱, a_۲, a_۳, \ldots$ دنباله‌ای از اعداد باشند و $a_۱ = ۱$ و $a_n = ۲a_{n-۱} + ۱$. یک راه برای به‌دست آوردن فرمول مستقیم a_n آن است که ابتدا مقادیر آن را برای چند n معلوم به‌دست آوریم و از روی مقادیر آن‌ها رابطه‌ی مورد نظر را برای a_n پیدا کنیم.

$$a_n = ۲a_{n-۱} + ۱$$

$$a_۱ = ۱ \Rightarrow a_۲ = ۲a_۱ + ۱ = ۳$$

$$a_۳ = ۲a_۲ + ۱ = ۷$$

$$a_۴ = ۲a_۳ + ۱ = ۱۵$$

$$a_۵ = ۲a_۴ + ۱ = ۳۱$$

a_n	$a_۱$	$a_۲$	$a_۳$	$a_۴$	$a_۵$
مقدار	۱	۳	۷	۱۵	۳۱

اگر کمی دقت کنیم، متوجه خواهیم شد که بهترین حدس برای رابطه‌ی مورد نظر به‌صورت $a_n = ۲^n - ۱$ است.

این رابطه یک رابطه‌ی مستقیم است و به آن روش حدس استقرایی گفته می‌شود. البته این روش همیشه آسان نیست.

پیش‌آزمون ۴

دنباله‌ی بازگشتی به رابطه‌ای گفته می‌شود که بین عدد nاُم یک دنباله‌ی عددی و اعداد قبل و بعد آن وجود دارد.

به عنوان مثال اگر f_n جمله‌ی nاُم یک دنباله‌ی عددی و $f_{n-۱}$ و $f_{n-۲}$ به‌ترتیب جمله‌های $(n-۱)$اُم و $(n-۲)$اُم یک دنباله‌ی عددی (که در زیر داده شده است) باشند، رابطه‌ی $f_n = f_{n-۱} + ۲f_{n-۲}$ می‌تواند نشان‌دهنده‌ی یک دنباله‌ی بازگشتی باشد:

$$f_۱ , f_۲ , f_۳ , \dots , f_{n-۱} , f_{n-۱} + ۲f_{n-۲}$$

برای به‌دست آوردن f_n به‌صورت عبارتی از n، راه‌های مختلفی وجود دارد. یکی از این روش‌ها پیدا کردن الگوی حاکم بر دنباله‌ی عددی است.

مثال: فرض کنید f_n $(n \in \mathbb{N})$ دنباله‌ای از اعداد باشد، به‌طوری که $f_n = ۲f_{n-۱} - ۱$ و $f_۱ = ۲$. می‌خواهیم برای محاسبه‌ی f_n عبارتی بر حسب n به‌دست آوریم.

$$f_۱ = ۲$$

$$f_۲ = ۲f_۱ - ۱ = ۳$$

$$f_۳ = ۲f_۲ - ۱ = ۵$$

$$f_۴ = ۲f_۳ - ۱ = ۹$$

$$f_۵ = ۲f_۴ - ۱ = ۱۷$$

$$f_۶ = ۲f_۵ - ۱ = ۳۳$$

f_n	$f_۱$	$f_۲$	$f_۳$	$f_۴$	$f_۵$	$f_۶$
مقدار	۲	۳	۵	۹	۱۷	۳۳

با توجه به مقادیر به‌دست آمده، رابطه‌ی $f_n = ۲^{n-۱} + ۱$ حدس خوبی برای مقدار f_n است. برای اثبات این حدس مطابق روش زیر عمل می‌کنیم:

$$n = ۱ \Rightarrow f_۱ = ۲^{۱-۱} + ۱ = ۲^۰ + ۱ = ۲$$

اکنون باید از درستی $f_n = ۲^{n-۱} + ۱$ ، درستی $f_{n+۱} = ۲^n + ۱$ را نتیجه بگیریم. مطابق رابطه‌ی اصلی $f_n = ۲f_{n-۱} - ۱$ می‌توان گفت که $f_{n+۱} = ۲f_n - ۱$ و با جایگذاری f_n از حدس $f_n = ۲^{n-۱} + ۱$ خواهیم داشت:

$$f_{n+۱} = ۲f_n - ۱ = ۲(۲^{n-۱} + ۱) - ۱ = ۲^n - ۱$$

به این ترتیب درستی حدس ما اثبات می‌شود. به این نوع روش اثبات، اثبات به کمک استقرای ریاضی گفته می‌شود.

پیش‌آزمون ۵

دنباله‌ی عددی زیر را در نظر بگیرید:

$$f_۱ \ , \ f_۲ \ , f_۳ , \dots , \ f_{n-۱} \ , \ f_n \ , \ f_{n+۱} \ , \ f_{n+۲} \ , \dots$$

اگر بین عدد nاُم و اعداد قبل یا بعد از آن یک رابطه‌ی ریاضی وجود داشته باشد، به این رابطه، یک رابطه‌ی بازگشتی گفته می‌شود.

مثال‌های زیر نمونه‌هایی از رابطه‌های برگشتی هستند:

$$f_{n-۲} + f_{n-۱} = f_n \ , \ f_{n+۱} - f_{n-۱} = f_n$$

هدف از حل یک رابطه‌ی بازگشتی، پیدا کردن فرمول دقیقی برای f_n (عدد nاُم) بر حسب n است. به f_n فرمول عمومی دنباله‌ی عددی گفته می‌شود.

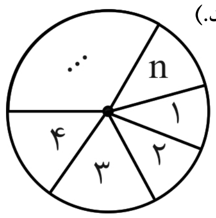
به عنوان مثال اگر داشته باشیم: $f_n = ۲f_{n-۱} - ۱$ و $f_۱ = ۲$ می‌توان نشان داد که $f_n = ۲^{n-۱} + ۱$ می‌باشد.

برای به‌دست آوردن f_n روش‌های مختلفی وجود دارد.

رابطه‌های بازگشتی دارای ارزش بسیار زیادی در حل مسائل ریاضی هستند.

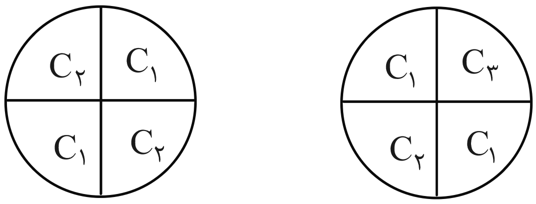
به مسئله زیر توجه کنید:

مطابق شکل زیر یک دایره را به n قطاع تقسیم کرده‌ایم. می‌خواهیم هر قطاع را با یک رنگ از k تا رنگ $C_۱ , C_۲ , \dots , C_k$ $(k \geq ۳)$ رنگ‌آمیزی کنیم . به طوری‌که هر قطاع فقط با یک رنگ، رنگ‌آمیزی شده باشد و هیچ دو قطاع مجاور هم رنگ نباشند. (دو قطاع را در صورتی مجاور می‌نامیم که دارای یک ضلع مشترک باشند.)



برای مثال فرض کنید $n=4$ و $k=3$ و C_1, C_2 و C_3 سه رنگ داده شده باشند.

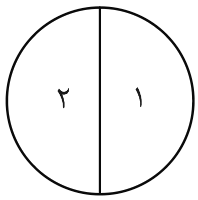
قطاع‌ها را می‌توان به صورت‌های مختلف به‌طور مناسب رنگ آمیزی کرد؛ در شکل‌های زیر دو نوع از این روش‌ها نشان داده شده‌اند.



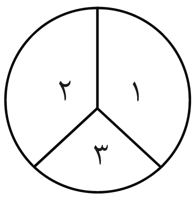
توجه کنید که الزاماً نباید در رنگ‌آمیزی از تمام رنگ‌ها استفاده کنیم. به عنوان مثال در یکی از رنگ‌آمیزی‌های بالا رنگ C_3 به کار نرفته است. اکنون a_n را برابر با تعداد رنگ‌آمیزی‌های مناسب (که در شرایط بالا صدق کند) تعریف می‌کنیم:

اگر $n=1$ باشد، واضح است که $a_n=a_1=k$ چون یک قطاع بیشتر نداریم و آن را می‌توانیم با هر یک از k تا رنگ، رنگ‌آمیزی کنیم.

اگر $n=2$ باشد، آن‌گاه دو قطاع مجاور داریم. سپس قطاع اول را می‌توان به k روش و قطاع دوم را به $k-1$ روش رنگ‌آمیزی کنیم. زیرا از رنگ به کار رفته در قطاع اول نمی‌توانیم استفاده کنیم. بنابراین $a_2=k(k-1)$



اگر $n=3$ باشد، در این‌صورت سه قطاع داریم که دو به دو مجاورند. پس هیچ دوتایی از آن‌ها نباید رنگ یکسان داشته باشند. مشابه حالت $n=2$ ، به k روش قطاع اول، به $k-1$ روش قطاع دوم و به $k-2$ روش می‌توانیم قطاع سوم را رنگ‌آمیزی کنیم. سپس خواهیم داشت:



$$a_3=k(k-1)(k-2)$$

توجه داشته باشید که عبارت $a_4=k(k-1)(k-2)(k-3)$ درست نیست. زیرا این در صورتی درست است که هر چهار قطاع دو به دو مجاور باشند. اما این گونه نیست؛ مثلاً قطاع‌های ۱ و ۳ مجاور نیستند و می‌توانند رنگ‌های یکسان داشته باشند. می‌توان نشان داد که برای حالت کلی داریم:

$$a_n=k(k-1)^{n-1}-a_{n-1}$$

سوالات عمومی

۱. به ازای چند عدد طبیعی n از مجموعه‌ی اعداد طبیعی ۱ تا ۸ (با در نظر گرفتن خود این اعداد) عدد 9^n+3^n+1 عددی اول است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳ ۵) ۴

۲. کدام‌یک از اعداد زیر از بقیه بزرگ‌تر است؟

۱) 2^{45} ۲) 3^{36} ۳) 5^{30} ۴) 7^{28} ۵) 8^{12}

۳. معادله‌ی $m^2+n^2=p^4$ دارای چند دسته جواب در مجموعه‌ی اعداد طبیعی است؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه ۵) بیش از سه

۴. کدام‌یک از اعداد زیر نمی‌تواند بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک اعداد n^2+2n+5 و $n^3-5n^2+6n-20$ باشد؟ $(n\in\mathbb{N})$

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۱ ۵) گزینه‌های ۱ و ۳

۵. اگر y,x و z اعدادی حقیقی و مثبت باشند و داشته باشیم $x(z+y)=152$، $y(x+z)=162$ و $z(x+y)=170$، مقدار حاصل ضرب اعداد y,x و z برابر است با:

۱) ۷۲۰ ۲) ۷۸۰ ۳) ۶۷۵ ۴) ۲۱۰ ۵) ۲۲۵

۶. اگر حاصل عبارت $(1+2x+3x^2+\ldots+9x^8+10x^9)^2$ را به‌دست آوریم، چند تا از ضرایب، عددی فرد خواهند بود؟

۱) ۱ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹ ۵) ۱۰

۷. حاصل عبارت $\sqrt{(45+4\sqrt{41})^3}-\sqrt{(45-4\sqrt{41})^3}$ عبارت است از:

۱) ۵۰۸ ۲) ۵۰۴ ۳) $4\sqrt{41}$ ۴) $106\sqrt{41}$ ۵) $\sqrt{90}$

۸. سه مجموعه‌ی B,A و C به ترتیب دارای ۲، ۳ و ۴ عضو هستند و هردوتایشان حداقل یک عضو مشترک دارند، مجموعه‌ی $A\cup B\cup C$ حداقل و حداکثر چند عضو دارد؟

۱) ۴ و ۷ ۲) ۵ و ۶ ۳) ۲ و ۴ ۴) ۲ و ۹ ۵) ۳ و ۹

۹. حاصل عبارت $(5+2\sqrt{6})^{\frac{1}{2}}$ در کدام گزینه داده شده است؟

۱) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ۳) $\sqrt{5}+\sqrt{6}$ ۴) $2+\sqrt{3}$ ۵) $2-\sqrt{3}$

۱۰. اگر $8^{K+2}=10$ باشد، حاصل $\sqrt{4^{3K+6}+2^{3K+7}+2^{8^{K+2}-10}}$ برابر با چه عددی است؟

۱) ۱۱ ۲) ۳۶ ۳) ۱۹ ۴) ۱۲۱ ۵) ۱۸

۱۱. با توجه به روابط $c^2+6a=-14$ و $b^2+4c=-7$ و $a^2+2b=7$ مقدار عبارت $a^2+b^2+c^2$ چیست؟

۱) ۱۴ ۲) ۲۱ ۳) ۲۸ ۴) ۳۵ ۵) ۴۹

۱۲. اگر α و β و γ ریشه‌های چند جمله‌ای $p(x)=ax^3-ax^2+bx+b$ باشند، حاصل عبارت $(\alpha+\beta+\gamma)(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma})$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$ ۵) صفر

۱۳.به ازای چه تعداد عدد طبیعی n، عدد $n^3-8n^2+20n-13$ عدد اول است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴ ۵) بیش از ۴

۱۴.حداکثر مقدار عبارت $-4x^2+16x-9$ کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱- ۳) ۱۶ ۴) ۷ ۵) مقدار حداکثر ندارد.

۱۵.کدام مجموعه محدب است؟

۱) $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2\leq 3\}$ ۲) $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2=-1\}$

۳) $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2=0\}$ ۴) $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y\geq x\}$

۵) همه‌ی گزینه‌ها

سوالات اختصاصی

۱۶.در یک دنباله‌ی عددی رابطه‌ی $a_{n+1}=a_n+4$ برقرار است. صدمین عدد این دنباله عددی کدام است؟ $(a_1=-3)$

۱) ۲۸۷ ۲) ۷- ۳) ۳۹۳ ۴) ۱۹۶- ۵) ۲۶۴

۱۷.دنباله‌ی $a_1, a_2, \ldots$ در رابطه‌ی بازگشتی $a_1=2$ و $a_2=3$ با رابطه‌ی $a_n-a_{n-1}=3\times 2^n-4n+a_{n-2}$ صدق می‌کند. a_5 برابر است با:

۱) ۱۲۸ ۲) ۱۵۲ ۳) ۵۲ ۴) ۱۴۵ ۵) ۱۶۴

۱۸.فضای سه بعدی توسط ۷ صفحه حداکثر به چند ناحیه تقسیم می‌شود؟

۱) ۶۴ ۲) ۵۶ ۳) ۴۳ ۴) ۲۸ ۵) ۳۰

۱۹.فرض کنید f_n نشان‌دهنده‌ی دنباله‌ی فیبوناتچی باشد. مقدار f_8 برابر است با:

۱) ۲۱ ۲) ۳۴ ۳) ۱۸ ۴) ۲۲ ۵) ۲۹

۲۰.در رابطه‌ی برگشتی $a_n=3a_{n-1}-2$ با شرط $a_1=4$، مقدار a_{100} برابر است با:

۱) $3^{100}-1$ ۲) $2\times 3^{100}-1$ ۳) $2\times 3^{100}+1$ ۴) 3^{100} ۵) $3^{100}+1$

۲۱.می‌خواهیم یک جدول 10×1 را با کاشی‌های 1×1 و 2×1 پر کنیم. این کار به چند روش امکان‌پذیر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۴۴ ۳) ۲۱ ۴) ۸۹ ۵) ۱۳

۲۲.فرض کنید ۱۰ خط در صفحه داریم که هیچ دوتایی از آن‌ها موازی نیستند و در ضمن هیچ سه خطی نیز از یک نقطه عبور نمی‌کنند. این خطوط صفحه را به چند ناحیه تقسیم می‌کنند؟

۱) ۴۶ ۲) ۳۸ ۳) ۶۲ ۴) ۶۰ ۵) ۵۶

۲۳. دنباله‌ی بازگشتی $2a_n=a_{n-1}+2a_{n-2}-a_{n-3}$ با شرط $a_1=0\,,\,a_2=2$ و $a_3=1$ داده شده است. مقدار a_6 برابر است با:

۱) $\frac{5}{2}$ ۲) $\frac{21}{8}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) $\frac{5}{8}$ ۵) ۱

۲۴. دنباله‌ی $b_1, b_2, b_3, \ldots$ در رابطه‌ی بازگشتی $b_1=1\,,\,b_2=3$ و $b_n-6b_{n-1}-9b_{n-2}=0$ صدق می‌کند. مقدار b_5 کدام است؟

۱) ۱۳۹۳ ۲) ۲۰۱۴ ۳) ۴۰۵ ۴) ۱۳۷۷ ۵) ۱۸۹

۲۵. دایره‌ای را به چهار قطاع تقسیم کرده‌ایم. می‌خواهیم هر قطاع را با یک رنگ از ۴ رنگ متمایز رنگ کنیم، به‌طوری‌که هر قطاع فقط با یک رنگ، رنگ‌آمیزی شود و هر دو قطاع مجاور رنگ‌های متمایز داشته باشند. این کار به چند روش ممکن است؟ دو قطاع را در صورتی مجاور می‌نامیم که دارای یک ضلع مشترک باشند.

۱) ۱۲۰ ۲) ۸۴ ۳) ۷۶ ۴) ۷۵ ۵) ۹۰