



نهمین دوره لیگ علمی پایا

سوالات تشریحی فردی آزمون مرحله‌ی نهایی پایه دوم و سوم دبیرستان – رشته ریاضی

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۰ دقیقه

مرداد ماه ۱۳۹۵

توضیحات:

در این مرحله از آزمون ۶ سوال طراحی شده است. نخست پنج سوال اول بین اعضای هر گروه توزیع می‌شود. اعضای هر گروه ۵ دقیقه زمان دارند تا سوال‌ها را بین خود تقسیم نمایند. هر نفر از اعضای گروه موظف است به یک سوال پاسخ دهد. هیچ‌گونه مشورت یا تعویض سوال در این مرحله مجاز نیست. سپس سوال ششم با مشورت اعضای گروه پاسخ داده می‌شود.

۱. نقطه‌ی P داخل مثلث ABC چنان قرار دارد که زاویه‌های PAB، PBC و PCA همگی با هم برابرند. اگر $AB=13$ ، $BC=14$ و $CA=15$ باشد و $\tan \hat{PAB} = \frac{m}{n}$ باشد، $m+n$ را با این شرط که m و n اعداد طبیعی و نسبت به یکدیگر اول باشند، پیدا کنید.



لیگ علمی پیشخان ایران اسلامی (پایا)

نهمین دوره لیگ علمی پایا

سوالات تشریحی فردی آزمون مرحله‌ی نهایی پایه دوم و سوم دبیرستان - رشته ریاضی

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۰ دقیقه

مرداد ماه ۱۳۹۵

توضیحات:

در این مرحله از آزمون ۶ سوال طراحی شده است. نخست پنج سوال اول بین اعضای هر گروه توزیع می‌شود. اعضای هر گروه ۵ دقیقه زمان دارند تا سوال‌ها را بین خود تقسیم نمایند. هر نفر از اعضای گروه موظف است به یک سوال پاسخ دهد. هیچ‌گونه مشورت یا تعویض سوال در این مرحله مجاز نیست. سپس سوال ششم با مشورت اعضای گروه پاسخ داده می‌شود.

۲. سکه‌ای را n بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که در بین پرتاب‌ها دوبار متوالی پشت بیاید، چقدر است؟

(جواب خود را به صورت تابعی از n و دنباله‌ی فیبوناتچی بنویسید.)



لیگ علمی پیشخانان ایران اسلامی (لیگا)

نهمین دوره لیگ علمی پایا

سوالات تشریحی فردی آزمون مرحله‌ی نهایی پایه دوم و سوم دبیرستان - رشته ریاضی

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۰ دقیقه

مرداد ماه ۱۳۹۵

توضیحات:

در این مرحله از آزمون ۶ سوال طراحی شده است. نخست پنج سوال اول بین اعضای هر گروه توزیع می‌شود. اعضای هر گروه ۵ دقیقه زمان دارند تا سوال‌ها را بین خود تقسیم نمایند. هر نفر از اعضای گروه موظف است به یک سوال پاسخ دهد. هیچ‌گونه مشورت یا تعویض سوال در این مرحله مجاز نیست. سپس سوال ششم با مشورت اعضای گروه پاسخ داده می‌شود.

۳. قضیه‌ی رول بیان می‌دارد که اگر $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ و f روی $[a, b]$ پیوسته و روی (a, b) مشتق‌پذیر باشد، اگر $f(b) = f(a)$ آن‌گاه عددی مانند $c \in (a, b)$ وجود دارد که $f'(c) = 0$.
با استفاده از قضیه‌ی رول ثابت کنید که معادله‌ی $x^2 = x \sin x + \cos x$ دقیقاً دو ریشه‌ی حقیقی دارد.



نهمین دوره لیگ علمی پایا

سوالات تشریحی فردی آزمون مرحله‌ی نهایی پایه دوم و سوم دبیرستان - رشته ریاضی

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۰ دقیقه

مرداد ماه ۱۳۹۵

توضیحات:

در این مرحله از آزمون ۶ سوال طراحی شده است. نخست پنج سوال اول بین اعضای هر گروه توزیع می‌شود. اعضای هر گروه ۵ دقیقه زمان دارند تا سوال‌ها را بین خود تقسیم نمایند. هر نفر از اعضای گروه موظف است به یک سوال پاسخ دهد. هیچ‌گونه مشورت یا تعویض سوال در این مرحله مجاز نیست. سپس سوال ششم با مشورت اعضای گروه پاسخ داده می‌شود.

۴. به ازای چند زوج مرتب طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۱ عبارت $2x + 7y$ بر $x + y$ بخش پذیر است؟



لیگ علمی پیشگامان ایران اسلامی (پایا)

نهمین دوره لیگ علمی پایا

سوالات تشریحی فردی آزمون مرحله‌ی نهایی پایه دوم و سوم دبیرستان - رشته ریاضی

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۰ دقیقه

مرداد ماه ۱۳۹۵

توضیحات:

در این مرحله از آزمون ۶ سوال طراحی شده است. نخست پنج سوال اول بین اعضای هر گروه توزیع می‌شود. اعضای هر گروه ۵ دقیقه زمان دارند تا سوال‌ها را بین خود تقسیم نمایند. هر نفر از اعضای گروه موظف است به یک سوال پاسخ دهد. هیچ‌گونه مشورت یا تعویض سوال در این مرحله مجاز نیست. سپس سوال ششم با مشورت اعضای گروه پاسخ داده می‌شود.

۵. ثابت کنید که می‌توان ۱۰ عدد صحیح پیدا کرد که مجموع هر ۹ تایی از آن‌ها برابر یک مربع کامل شود.



لیگ علمی پیشخان ایران اسلامی (پایا)

نهمین دوره لیگ علمی پایا

سوال تشریحی گروهی آزمون مرحله‌ی نهایی پایه دوم و سوم دبیرستان - رشته ریاضی

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۵ دقیقه

مرداد ماه ۱۳۹۵

توضیحات:

در این مرحله اعضای گروه با مشورت یکدیگر به این سوال پاسخ می‌دهند.

در هر یک از خانه‌های جدولی $m \times n$ یک مهره قرار دارد که یک روی آن سیاه و روی دیگر آن سفید است. در ابتدای کار تمام مهره‌ها غیر از مهره‌ی گوشه‌ی بالا و چپ به طرف سفید هستند و روی سفید آن‌ها دیده می‌شود. در هر گام یک مهره با روی سیاه برداشته می‌شود و تمام مهره‌های همسایه (خانه‌هایی مشترک در یک ضلع) تغییر وضعیت می‌دهند. تمام دوتایی‌های (m, n) را بیابید که بتوان تمام مهره‌های جدول را برداشت.