



سوالات مرحله نهایی لیگ علوم پایه

آبان ماه ۱۳۹۹

پایه هفتم

دستور العمل پاسخگویی و داورک سوالات

- مرحله یک- پاسخ گویی به سوالات: سوالات مسابقه یک هفته قبل از آزمون از طریق سامانه آموزش مجازی، کانال تلگرام و سایت اطلاع رسانی لیگ علمی پایا در اختیار گروه های منتخب قرار خواهد گرفت که گروه ها بایستی ظرف مدت یک هفته به این سوالات پاسخ دهند و سپس پاسخ سوالات را در قالب پاورپوینت و PDF در سامانه آموزش مجازی بارگذاری نمایند.
- * این سوالات باز هستند و جواب معینی ندارند.
- * در پاسخ دهی به سوالات می توانید از اساتید، مقالات و منابع معتبر آموزشی و کتابخانه ای استفاده نمایید.
- * سوالات بایستی در تاریخ مقرر تحویل داده شوند و در صورت تاخیر در تحویل، امتیاز منفی به تیم ارایه دهنده تعلق خواهد گرفت.
- * پاسخ هر سوال حداکثر بایستی ۱۰ صفحه داشته باشد و در قالب یک پاورپوینت ارائه شود.
- * بعد از ارسال پاسخها، دانش آموزان حق تغییر و یا کامل کردن پاسخها را ندارند و ملاک ارزیابی پاسخ هایی است که برای دبیرخانه ارسال کرده‌اید و مورد داور اولیه قرار گرفته است.

International Scientific League of PAYA2020

بزرگترین رقابت علمی گروهی کشور و هشتمین دوره مسابقات دانش آموزان جهان اسلام در ایران
از پایه ششم ابتدایی تا دهم رشته های علوم پایه، علوم ریاضی، علوم تجربی، علوم انسانی، پژوهشی، کارآفرینی، علوم کامپیوتر و برنامه نویسی





مرحله دو-ارزیابی اولیه سوالات: کمیته‌ی مسابقات بعد از ارسال سوالات توسط گروه‌های منتخب سوالات را ارزیابی نموده و داروی اولیه انجام می‌گیرد. گروه‌هایی که به سوالات پاسخ نداده و طبق زمان‌بندی مسابقه برای دبیرخانه ارسال نکرده باشند؛ از حضور در رقابت پایانی حذف خواهند شد.

مرحله سه- ارزیابی نهایی: گروه‌های راه یافته به مرحله نهایی طبق جدول زمان‌بندی که قبل از مسابقه ارائه می‌گردد، جهت ارزیابی و مسابقه پایانی به صورت آنلاین به رقابت خواهند پرداخت.

در این مرحله هر گروه شرکت‌کننده در هر مرحله در یکی از دسته‌های زیر به قید قرعه در نقش‌های متفاوتی به رقابت می‌پردازند.

- **نقش گزارش‌گر:** گروه‌ها در نقش گزارش‌گر بایستی پاسخ سوالاتی که هیات داوران و گروه چالش‌گر مشخص می‌کنند را با استفاده از پاورپوینت ارائه دهند. (گروه‌ها حق تغییر پاسخ‌های خود را نسبت به آنچه که قبل از مسابقه ارائه داده‌اند را ندارند)

- **نقش چالش‌گر:** مساله‌هایی که تیم ارائه دهنده باید به آن‌ها پاسخ دهد را انتخاب می‌کند؛ نقاط ضعف و قوت تیم ارائه دهنده را بیان می‌کند و می‌بایست به سوالات هیات داوران جواب دهد. برای بررسی بهتر، پاسخ‌های گروه گزارش‌گر قبل از شروع هر راند در اختیار گروه چالش‌گر قرار می‌گیرد.

- **نقش داور:** یکی از اعضای این تیم پس از مشورت با سایر اعضا، با بیان مختصری عملکرد تیم گزارش‌گر و چالش‌گر را ارزشیابی و نتیجه‌گیری می‌کند.

- **نقش ناظر:** گروه‌ها در این نقش گروه می‌توانند از هر گروه دیگری سوال بپرسند.

در نهایت هیات داوران به نحوه ایفای نقش توسط گروه‌ها امتیاز خواهند داد و تیم‌های برتر را معرفی و ارزیابی خواهند نمود.

*مشخص کردن نقش‌ها طی قرعه‌کشی توسط کمیته‌ی مسابقات صورت می‌گیرد.

*لازم به ذکر است که پاسخ دادن به سوالات اختیاری **نبوده** و دانش‌آموزان موظف هستند که به همه سوالات پاسخ دهند. در صورت عدم پاسخ‌دهی به هر سوال امتیاز آن سوال محسوب نمی‌شود.



۱. تکنیک تغییرات کوچک برای به دست آوردن محیط بیضی

یکی از روش‌های حل مسائل در علوم مهندسی و ریاضی استفاده از تکنیک تغییرات جزئی مستمر یا اختلال است. یک بیضی به اندازه‌ی قطرهای a و b را در نظر بگیرید. احتمالاً می‌دانید که فرمول دقیقی برای محاسبه‌ی بیضی وجود ندارد. آیا می‌توانید به کمک محیط دایره یا چند ضلعی‌ها فرمولی با دقت دلخواه مثلاً X درصد را برای محیط بیضی به دست آورید؟ توجه داشته باشید که در فرمول شما حتماً باید X هم حضور داشته باشد.

۲. جابه‌جایی مهره‌ها در صفحه‌ی شطرنج

یک صفحه‌ی شطرنج n در n در نظر بگیرید که در آن n عددی زوج مساوی یا بزرگ‌تر از هشت است. دو ردیف مهره‌ی سفید و سیاه در آن چیده می‌شوند. در صفحه‌هایی که در آن‌ها n بزرگ‌تر از هشت می‌باشد، مهره‌ها مطابق روال معمول در یک صفحه شطرنجی 8 در 8 چیده می‌شوند که از هر ضلع صفحه‌ی شطرنج به اندازه‌ی سه ردیف یا سه ستون فاصله دارد. حداقل و حداکثر تعداد حرکت‌های لازم برای جابه‌جایی مهره‌های سیاه و سفید را بر حسب n به دست آورید. حرکت‌های تکراری پشت سر هم مجاز نیست و در صورت نیاز باید حداقل یک حرکت بین آن‌ها فاصله باشد.

۳. صدای ناخوشایند بطری خالی نوشابه

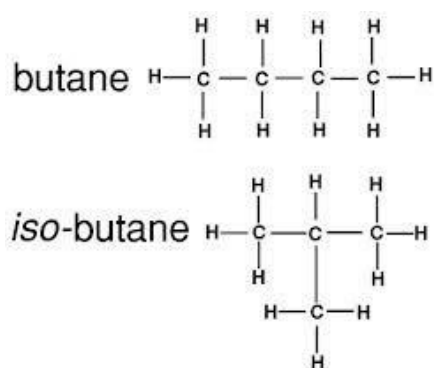
اگر تا به حال نوشابه خورده باشید - که حتما خورده‌اید - (اساتید ادبیات می‌گویند که برای چیزهایی مانند نوشابه بهتر است از نوشیدن استفاده کنیم نه خوردن) دیده‌اید که وقتی بطری خالی را کمی فشار می‌دهیم، بطری به حالت اول خود بر می‌گردد و صدایی تولید می‌کند که چندان خوشایند نیست. سوال‌هایی که مابین‌جا به دنبال جواب آن‌ها می‌باشیم، به شرح زیر هستند: منشأ تولید این صدا چیست؟ دامنه و فرکانس صدای تولید شده با هندسه‌ی بطری چه ارتباطی دارد؟ نقش درب بطری (از نظر بسته یا باز یا نیمه‌باز بودن) در فرکانس این صدا چیست؟ فرکانس را به صورت یک عبارت جبری از پارامترهای مهم در این فرایند به دست آورید.

۴. قطره‌ی باران

از دوره‌ی دبستان با چگونگی تشکیل باران آشنایی دارید. یک قطره‌ی باران را در نظر بگیرید. فرض کنید در ارتفاع معینی از سطح زمین مثلاً H یک قطره‌ی اولیه‌ی r کروی شکل باران به شعاع r تشکیل شده باشد. این قطره سفر خود را به طرف زمین شروع می‌کند. با در نظر گرفتن نیروی جاذبه و بادی که از جهت شمال شرق به جنوب غرب با سرعت ثابت v می‌وزد و نیز نیروی مقاوم در برابر حرکت این قطره، شکل قطره‌ی کروی را به صورت یک رابطه‌ی تقریبی بر حسب زمان به دست آورید. دقت داشته باشید که در مسیر حرکت قطره رطوبت وجود دارد.

۵. دنباله ی بازگشتی و تعداد ایزومرهای ساختاری آلکانها

آلکانها دسته ای از هیدروکربن‌ها هستند که فقط از هیدروژن و کربن ساخته شده‌اند و فرمول مولکولی آنها به صورت C_nH_{2n+2} است. از نظر علم شیمی، دو مولکول که دارای فرمول یکسان هستند، ولی نحوه ی اتصال اتم‌های تشکیل دهنده آنها با هم فرق داشته باشد، ایزومرهای ساختاری نامیده می‌شوند. مثلاً در آلکانی با فرمول شیمیایی C_4H_{10} دو ایزومر ساختاری به شکل زیر وجود دارد:



آلکان‌هایی با تعداد اتم‌های کربن بیشتر دارای ایزومرهای ساختاری هستند. یک رابطه ی بازگشتی برای تعداد ایزومرهای ساختاری به دست آورید و سعی کنید جواب‌های آن را به دست آورید یا برای آن تقریب مناسبی بزنید. به ازای n های بزرگ فرمول بازگشتی شما به چه صورت در خواهد آمد؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۶. مگس زندانی در یک مکعب مستطیل

مگسی داخل یک مکعب مستطیل به طول a ، عرض b و ارتفاع c زندانی شده است و روی نقطه‌ی دلخواهی روی یکی از سطوح داخلی این مکعب مستطیل قرار گرفته است. این مگس در هر نوبت پرواز از یک سطح به سطح دیگر می‌رود. میانگین طول مسیری که مگس در تعداد بسیار زیادی پرواز طی می‌کند، به دست آورید. محتمل‌ترین مسیری که از یک سطح شروع می‌شود و به همان سطح ختم می‌شود، چیست؟

۷. توپ و دروازه

زمین بازی استاندارد فوتبال را به صورت یک شبکه از نقطه‌های با مختصات صحیح در نظر می‌گیریم. عرض زمین را روی محور عرض‌ها و طول زمین را روی محور طول‌ها منطبق می‌کنیم و مبدأ مختصات را در یکی از گوشه‌های زمین قرار می‌دهیم و هر یک از محورها را به صورت 50 سانتی‌متر - 50 سانتی‌متر مدرج می‌کنیم. بنابراین مختصات هر نقطه در این شبکه‌ی شطرنجی به صورت ضربی از 50 (برحسب سانتی‌متر یا $5/0$ برحسب متر) خواهد بود. در این زمین بازی توپ فقط می‌تواند روی خطوط شبکه حرکت کند. هر ضربه با روی پا از 10 تا 15 متر، هر ضربه‌ی بغل پا از 5 تا 10 متر و هر ضربه‌ی نوک پا حداکثر 5 متر می‌تواند توپ را حرکت دهد که مقدار این حرکت‌ها با توجه به شرایط زمین بازی و توپ و شدت ضربه‌ی وارد شده از طرف پا متغیر است. از نقطه‌ی دلخواهی با مختصات (a,b) توپ کاشته شده است. حداکثر و حداقل ضربه‌های لازم برای اینکه توپ وارد شود، برحسب a و b محاسبه کنید. اکنون مساله را برای حالتی حل کنید که در سه نقطه روی خط دروازه سه دروازه‌بان قرار دارند که توپ‌های ارسالی با آن نقاط را می‌گیرند و مانع گل شدن آنها می‌شوند.

۸. دیواره‌های متحرک و تشکیل مولکول آب

در یک مکعب مستطیل به ابعاد a, b, c که به ترتیب نشان دهنده‌ی طول، عرض و ارتفاع هستند، n اتم هیدروژن و m اتم اکسیژن قرار دارند. دیواره‌های این مکعب مستطیل متحرک هستند n و m اعدادی بسیار بزرگ هستند که در فاصله‌ی تعادلی R از یکدیگر قرار گرفته‌اند. در صورتی که فاصله‌ی اتم‌ها از یکدیگر کمتر از R شود، دو اتم به یکدیگر برخورد می‌کنند و یک ترکیب دو اتمی را می‌سازند. دیواره‌های مکعب مستطیل قابلیت حرکت دارند و می‌توانند به مدت زمان t به هم نزدیک شوند و سپس فوراً سر جای خود برگردند. سرعت حرکت صفحه‌ها ثابت و برابر با v می‌باشد. دقت داشته باشید که سرعت برگشت دیواره‌ها به جای اولشان تقریباً آنی است. الگوی هر حرکت به صورت زیر است: ۱- دیواره‌های طولی ۲- دیواره‌های عرضی ۳- دیواره‌های بالایی و پایینی ۴- دیواره‌های طولی و عرضی با هم ۵- دیواره‌های طولی و بالو پایینی ۵- دیواره‌های عرضی و بالو پایینی ۶- هر سه نوع دیواره میانگین احتمال‌های تشکیل مولکول آب با فرمول شیمیایی H_2O را به دست آورید.

۹. آونگ مغناطیسی

می‌دانید که آونگ ساده از یک گلوله‌ی کروی بسیار کوچک (به طوری که بتوانیم آن را عملاً یک نقطه در نظر بگیریم) متصل به یک ریسمان بسیار سبک به طول مشخص ساخته شده است. فرض کنید آونگی داریم که از جنس آهن ساخته شده و می‌تواند تحت تأثیر میدان‌های مغناطیسی قرار بگیرد. چنین آونگی را «آونگ مغناطیسی» می‌نامیم. آونگی مغناطیسی به طول L و جرم M در نظر بگیرید که از قطب شمال به طرف قطب روی یک نصف‌النهار حرکت می‌کند. دوره‌ی تناوب حرکت آونگ را به صورت یک رابطه‌ی جبری بر حسب عرض جغرافیایی با طول L و جرم M به دست آورید یا به صورت نمودار نشان دهید. دقت داشته باشید که برای استخراج جواب خود صرفاً باید از روش‌ها و چیزهایی که در دوره‌ی اول متوسطه فراگرفته‌اید (نهایتاً تا پایان کلاس نهم) استفاده کنید. حداکثر انحراف آونگ بر حسب عرض جغرافیایی را محاسبه کنید.

۱۰. بازی با کارت‌ها

چهار دسته کارت به رنگ‌های آبی، قرمز، سبز و زرد داریم. هر دسته از ۱۳ شماره تشکیل شده است؛ مثلاً شماره ۱ آبی، ۵ زرد، ۹ قرمز، ۱۲ سبز، ... بنابراین تعداد کل کارت‌ها ۵۲ تاست. یک بازی دو نفره با این کارت‌ها به صورت زیر انجام می‌شود: کارت‌ها را ابتدا به صورت تصادفی بُر می‌زنیم. سپس به دودسته‌ی ۲۶ تایی تقسیم شده و به هرنفر یک دسته می‌رسد. هرنفر از دسته‌ی خود یک کارت را به طور تصادفی بیرون کشیده و وسط می‌گذارد. شماره‌ی هر کس که بیشتر باشد، هر دو کارت را برمی‌دارد. در صورت تساوی اعداد، دوباره این کار انجام می‌شود و هر کس که عدد بیشتری را بیاورد، همه‌ی کارت‌هایی را که وسط ریخته شده‌اند، برمی‌دارد. بالاخره بازی تمام می‌شود. مجموع اعداد کارت‌های جمع‌آوری شده حساب می‌شود و برنده کسی است که امتیاز بیشتری کسب کرده است. ضمناً در صورتی که دو کارت جمع‌آوری شده در هر مرحله از بازی یک رنگ باشند، ۱۰ امتیاز اضافی نیز به آن فرد تعلق می‌گیرد. همچنین در صورتی که در کارت‌های یک نفر همه‌ی شماره‌های یک رنگ موجود باشند، ۵۰ امتیاز به او اضافه می‌شود. چقدر احتمال دارد تا هر دو بازیکن امتیاز مساوی کسب کنند؟

۱۱. الکتریسیته‌ی ساکن و نیروهای الکتروستاتیکی در منزل

الکتریسیته‌ی ساکن از جمله مواردی است که در زندگی روزمره به دفعات با آن سروکار داریم. معروف‌ترین آزمایشی که از دوران دبستان هم با آن آشنایی داریم، آزمایش خرده‌های کاغذ و شانه‌ای است که به موی سر یا لباس خود مالیده‌ایم و به خرده‌های کاغذ نزدیک می‌کنیم که باعث جذب خرده‌های کاغذ به وسیله‌ی شانه می‌شود. یکای اندازه‌گیری بار الکتریکی «کولن» نام دارد و نیروی بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای از قانون کولن به دست می‌آید. تخمینی برای حداقل مقدار بار الکتریکی موجود در یک آپارتمان ۷۰ متری که تمامی اتاق‌های آن‌ها فرش شده اند، به دست آورید. تخمین خود را به وسیله‌ی یک روش تجربی بیازمایید. بیشترین نیروی الکتروستاتیکی ناشی از برخورد دست با دستگیره‌ی در را به دست آورید. در محاسبه‌ی خود از روش‌های آماری و مقدماتی استفاده کنید. یک نقشه از مناطق پر ریسک و کم ریسک داخل این واحد آپارتمانی با در نظر گرفتن امکانات معمول زندگی رسم کنید.

