



سوالات مرحله نهایی لیگ علوم کامپیوتر و برنامه نویسی

آبان ماه ۱۳۹۹

پایه‌هاک هفتم، هشتم و نهم

دستور العمل پاسخگویی و داوری سوالات

مرحله یک- پاسخ‌گویی به سوالات: سوالات مسابقه یک هفته قبل از آزمون از طریق سامانه آموزش مجازی، کانال تلگرام و سایت اطلاع‌رسانی لیگ علمی پایا در اختیار گروه‌های منتخب قرار خواهد گرفت که گروه‌ها بایستی ظرف مدت یک هفته به این سوالات پاسخ دهند و سپس پاسخ سوالات را در قالب پاورپوینت و PDF در سامانه آموزش مجازی بارگذاری نمایند.

- * این سوالات باز هستند و جواب معینی ندارند.
- * در پاسخ‌دهی به سوالات می‌توانید از اساتید، مقالات و منابع معتبر آموزشی و کتابخانه‌ای استفاده نمایید.
- * سوالات بایستی در تاریخ مقرر تحویل داده شوند و در صورت تاخیر در تحویل، امتیاز منفی به تیم ارایه‌دهنده تعلق خواهد گرفت.
- * پاسخ هر سوال حداکثر بایستی ۱۰ صفحه داشته باشد و در قالب یک پاورپوینت ارائه شود.
- * بعد از ارسال پاسخ‌ها، دانش‌آموزان حق تغییر و یا کامل کردن پاسخ‌ها را ندارند و ملاک ارزیابی پاسخ‌هایی است که برای دبیرخانه ارسال کرده‌اید و مورد داوری اولیه قرار گرفته است.

مرحله دو- ارزیابی اولیه سوالات: کمیته‌ی مسابقات بعد از ارسال سوالات توسط گروه‌های منتخب سوالات را ارزیابی نموده و داوری اولیه انجام می‌گیرد. گروه‌هایی که به سوالات پاسخ نداده و طبق زمان‌بندی مسابقه برای دبیرخانه ارسال نکرده باشند؛ از حضور در رقابت پایانی حذف خواهند شد.

International Scientific League of PAYA2020

بزرگترین رقابت علمی گروهی کشور و هشتمین دوره مسابقات دانش‌آموزان جهان اسلام در ایران

از پایه ششم ابتدایی تا دهم رشته‌های علوم پایه، علوم ریاضی، علوم تجربی، علوم انسانی، پژوهشی، کارآفرینی، علوم کامپیوتر و برنامه نویسی





مرحله سه - ارزیابی نهایی: گروه‌های راه یافته به مرحله نهایی طبق جدول زمان‌بندی که قبل از مسابقه ارائه می‌گردد، جهت ارزیابی و مسابقه پایانی به صورت آنلاین به رقابت خواهند پرداخت.

در این مرحله هر گروه شرکت‌کننده در هر مرحله در یکی از دسته‌های زیر به قید قرعه در نقش‌های متفاوتی به رقابت می‌پردازند.

- **نقش گزارش‌گر:** گروه‌ها در نقش گزارش‌گر بایستی پاسخ‌سوالاتی که هیات داوران و گروه چالش‌گر مشخص می‌کنند را با استفاده از پاورپوینت ارائه دهند. (گروه‌ها حق تغییر پاسخ‌های خود را نسبت به آنچه که قبل از مسابقه ارائه داده‌اند را ندارند)

- **نقش چالش‌گر:** مساله‌هایی که تیم ارائه دهنده باید به آن‌ها پاسخ دهد را انتخاب می‌کند؛ نقاط ضعف و قوت تیم ارائه دهنده را بیان می‌کند و می‌بایست به سوالات هیات داوران جواب دهد. برای بررسی بهتر، پاسخ‌های گروه گزارش‌گر قبل از شروع هر راند در اختیار گروه چالش‌گر قرار می‌گیرد.

- **نقش داور:** یکی از اعضای این تیم پس از مشورت با سایر اعضا، با بیان مختصری عملکرد تیم گزارش‌گر و چالش‌گر را ارزشیابی و نتیجه‌گیری می‌کند.

- **نقش ناظر:** گروه‌ها در این نقش گروه می‌توانند از هر گروه دیگری سوال بپرسند.

در نهایت هیات داوران به نحوه ایفای نقش توسط گروه‌ها امتیاز خواهند داد و تیم‌های برتر را معرفی و ارزیابی خواهند نمود.

*مشخص کردن نقش‌ها طی قرعه‌کشی توسط کمیته‌ی مسابقات صورت می‌گیرد.

*لازم به ذکر است که پاسخ دادن به سوالات اختیاری **نبوده** و دانش‌آموزان موظف هستند که به همه سوالات پاسخ دهند. در صورت عدم پاسخ‌دهی به هر سوال امتیاز آن سوال محسوب نمی‌شود.



توجه: در پاسخ به سوالات لطفا موارد زیر را در نظر داشته باشید:

- سوالات برنامه‌نویسی به زبان C++ باشد.
- در صورتی که در پاسخ‌گویی به سوال‌هایی که دارای برنامه‌نویسی می‌باشند، موفق به نوشتن کد مربوطه نشدید، می‌توانید با نوشتن الگوریتم حل سوال بخشی از نمره را کسب کنید.
- در سوالاتی که دارای برنامه‌نویسی و الگوریتم می‌باشند، محدودیت‌های ورودی ذکر نشده است، تا دانش-آموزان بهترین الگوریتم و کد ممکن را برای آن ارائه دهند. به هر کد و الگوریتم بخشی از امتیاز سوال تعلق می‌گیرد.

۱. آرایه n عضوی A_1, A_2, \dots, A_n از اعداد صحیح به آرمان هدیه داده شده است. آرمان می‌خواهد این آرایه را بهتر بشناسد به همین علت او به دنبال پیدا کردن عدد پرشمار آرایه است. عدد پرشمار آرایه عددی است که حداقل $\frac{p}{q}$ ام از اعضای آرایه برابر با آن باشند. بهترین الگوریتمی که از لحاظ پیچیدگی زمانی و حافظه می‌توانید برای هر کدام از موارد زیر به دست آورید چیست؟ (دقت کنید که الگوریتم شما در صورت عدم وجود عدد پرشمار باید این مورد را تشخیص دهد)

۲. همه‌ی جایگشت‌های اعداد 1 تا n را در نظر بگیرید. گرافی می‌سازیم به طوری که به ازای هر کدام از این $n!$ جایگشت یک راس قرار می‌دهیم (هر راس متناظر یک جایگشت). رئوس متناظر با دو جایگشت را به یکدیگر متصل می‌کنیم اگر با جابه‌جایی دو عنصر جایگشت به یکدیگر تبدیل شوند. ثابت کنید گراف ساخته شده همیلتونی است؟ (دور همیلتونی دارد).

۳. آرمان به تازگی به کشور فرهنگستان سفر کرده است. این کشور n شهر دارد. برخی شهرهای این کشور با جاده به یکدیگر متصل هستند که تعداد این جاده‌ها $n-1$ تاست و از هر شهری می‌توان به هر شهر دیگری با استفاده از این جاده‌ها رسید (شهرها و جاده‌ها تشکیل درخت داده‌اند). آرمان که در ابتدا در شهر شماره ۱ قرار دارد می‌خواهد همه‌ی شهرهای این کشور را ببیند و سفرش را در شهر شماره n تمام کند. مشکل آرمان این است که در جاده‌های این کشور عوارض سنگینی از مسافران دریافت می‌شود برای همین آرمان می‌خواهد با طی کردن کمترین تعداد جاده‌ها به هدفش برسد. برنامه‌ای بنویسید (به زبان C++) که با ورودی گرفتن نقشه شهرهای این کشور تعداد روش‌هایی که آرمان می‌تواند برنامه سفرش را تنظیم کند خروجی دهد.

ورودی

در خط اول ورودی مقدار n که نشان‌دهنده تعداد شهرهاست ورودی داده می‌شود.

در هر یک از $n-1$ بعدی یک جفت عدد u و v ورودی داده می‌شود که نشان‌دهنده وجود یک جاده بین شهر شماره u و شهر شماره v است. تضمین می‌شود نقشه شهرها به شکل یک درخت است.

خروجی

در تنها خط خروجی یک عدد معادل پاسخ مساله را چاپ کنید.

- از آنجا که پاسخ مساله ممکن است بزرگ باشد، باقی‌مانده پاسخ مساله بر $10^9 + 7$ را چاپ کنید.

6
1 2
1 6
1 4
4 3
4 5

خروجی نمونه ۱

4

۴. آرمان فرد پرمشغله‌ای است. او یک دبیر است و افراد مختلفی با او تماس می‌گیرند تا از او وقت برای تدریس بگیرند. فرض کنید آرمان می‌خواهد برای n روز آینده برنامه‌ریزی کند. هرکس که با آرمان تماس می‌گیرد وقت او را برای چند روز متوالی می‌خواهد؛ اگر آرمان تا آن زمان کلاس دیگری که با این کلاس تداخل زمانی داشته باشد را نپذیرفته باشد، کلاس جدید را می‌پذیرد. همچنین ممکن است برخی افراد تماس بگیرند و وقت‌های قبلی را لغو کنند. شما باید برنامه‌ای بنویسید که با گرفتن ترتیب تماس‌ها و جزئیات آن‌ها بازخورد آرمان (اینکه کلاس را می‌پذیرد و یا رد می‌کند) را اعلام کنید.

ورودی

در خط اول ورودی مقدار n ورودی داده می‌شود. در خط دوم مقدار q ورودی داده می‌شود که تعداد تماس‌هایی که با آرمان گرفته می‌شود را نشان می‌دهد. در هر یک از q خط بعدی ابتدا یک مقدار f ورودی داده می‌شود.

- اگر f یک باشد: تماس از نوع گرفتن وقت است. از این رو دو عدد l و r ورودی داده می‌شود که یعنی فرد تماس‌گیرنده وقت آرمان را برای روزهای l ام تا r ام می‌خواهد.
- اگر f دو باشد: یعنی تماس از نوع لغو است. از این رو یک عدد x ورودی داده می‌شود. در اینجا آرمان باید وقت x امین تماس از نوع اول را لغو کند.

خروجی

برای هر کدام از تماس‌هایی که مقدار آن‌ها یک است (تماس‌هایی که جهت نوبت گرفتن هستند)، اگر آرمان با درخواست آن‌ها موافقت می‌کند عبارت "ACCEPT" و در غیر این صورت عبارت "REJECT" را چاپ کنید.

ورودی نمونه ۱

10
5
1 2 5
1 8 10
1 4 6
2 1
1 4 7

ACCEPT
ACCEPT
REJECT
ACCEPT

۵. آرمان می‌خواهد با خودش یک بازی انجام دهد. او یک سبد دارد که در ابتدا یک کاغذ که روی آن عدد طبیعی n نوشته شده در آن قرار دارد. در هر مرحله آرمان یکی از کاغذهای داخل سبد را برمی‌دارد و از سبد خارج می‌کند. سپس اگر روی این کاغذ عدد x نوشته شده باشد، هرکدام از مقسوم‌علیه‌های عدد x به جز ۱ و x را روی کاغذهای جداگانه نوشته و وارد سبد می‌کند. آرمان می‌خواهد بداند چند مرحله طول می‌کشد تا سبد خالی شود. برنامه‌ای بنویسید تا تعداد مراحل را برای آرمان محاسبه کند. (همچنین می‌توان نشان داد که اینکه آرمان به چه ترتیبی و چگونه کاغذها را بردارد در تعداد مراحل تفاوتی ایجاد نمی‌کند).

ورودی

در تنها ورودی به شما مقدار x ورودی داده می‌شود.

خروجی

در تنها خط خروجی یک عدد معادل پاسخ مساله را چاپ کنید.

- از آنجا که پاسخ مساله ممکن است بزرگ باشد، باقی‌مانده پاسخ مساله بر $10^9 + 7$ را چاپ کنید.

ورودی نمونه ۱

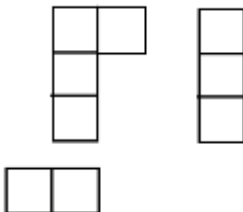
۱۲

خروجی نمونه ۱

۸

توضیح: در ابتدا سبد شامل فقط عدد ۱۲ است. پس از مرحله اثل چهار عدد ۲، ۳، ۴ و ۶ وارد سبد می‌شود. سپس در مراحل بعدی به واسطه عدد ۴ یکبار دیگر عدد ۲ و به واسطه عدد ۶، اعداد ۲ و ۳ وارد سبد می‌شوند. در نهایت ۸ مرحله طول می‌کشد تا سبد خالی شود.

۶. برنامه‌ای بنویسید با دریافت عدد طبیعی n تعداد روش‌های پوشیدن یک جدول $۳ \times n$ با کاشی‌های به شکل زیر را خروجی دهد. (دوران کاشی‌ها مجاز است).



ورودی

در تنها خط ورودی مقدار n ورودی داده می‌شود.

خروجی

در تنها خط خروجی پاسخ مساله را چاپ کنید.

ورودی نمونه ۱

۲

خروجی نمونه ۱

۸

۷. جدولی $n \times n$ داریم. حداقل چند خانه از این جدول را باید رنگ کنیم تا مطمئن باشیم یک مثلث قائم‌الزاویه با رئوس

خانه‌های جدول و ضلع‌های موازی با اضلاع جدول داشته باشیم؟

۸. در یک گراف ساده از بین هر ۴ راس راسی وجود دارد که به ۳ تای دیگر متصل است.

الف) ثابت کنید راس درجه $n-1$ داریم.

ب) ثابت کنید حداقل $n-3$ تا راس درجه $n-1$ داریم.

۹. شش نقطه تصادفی متفاوت روی محیط یک دایره انتخاب کرده‌ایم. آن‌ها را به شکل تصادفی A, B, C, D, E, F نامیده‌ایم.

اگر با نقاط A و B و C یک مثلث و با نقاط D و E و F یک مثلث دیگر تشکیل دهیم. به چه احتمالی این دو مثلث

تداخل ندارند؟

۱۰. ۱۰۰ تنیس باز جمعا ۷۰ بازی دو به دو انجام داده‌اند به طوریکه هر تنیس باز حداقل یک بازی انجام داده است. ثابت کنید

می‌توان ۳۰ بازی را انتخاب کرد به طوریکه که در آن‌ها ۶۰ بازیکن مختلف بازی کرده باشند.

۱۱. جدولی $n \times n$ داریم که در هر خانه آن یک عدد صحیح نوشته شده است. به یک خانه از جدول کوچک می‌گوییم اگر

مقدار آن از همه‌ی مجاورانش کمتر باشد. برنامه‌ای بنویسید که با ورودی گرفتن مقدار n و جدول $n \times n$ تعداد خانه‌های

کوچک جدول را خروجی دهد.

ورودی

در خط اول ورودی عدد صحیح n ورودی داده شده است. در n بعدی در هر خط یکی از سطرهای جدول ورودی داده

می‌شود.

خروجی

در تنها خط خروجی یک عدد صحیح معادل پاسخ مساله چاپ کنید.

ورودی نمونه ۱

3

3 7 2

5 1 8

0 2 4

خروجی نمونه ۱

4